



Formulario Macchine operatrici

Macchine operatrici

Rendimento macchina frigorifera ideale

Rendimento pompa di calore ideale

Relazione tra COP_f e COP_{pdc}

Ciclo inverso di Carnot

Bilancio entropia sul ciclo inverso di Carnot ideale

Ciclo inverso di Carnot (a vapore)

Ciclo Rankine inverso ideale

Bilancio 1° principio

Coefficient of performance

Bilanci entropici ciclo Rankine inverso ideale

Esercizi Ciclo rankine inverso

Applicazioni alla realtà

Frigorifero domestico

Impianto di condizionamento

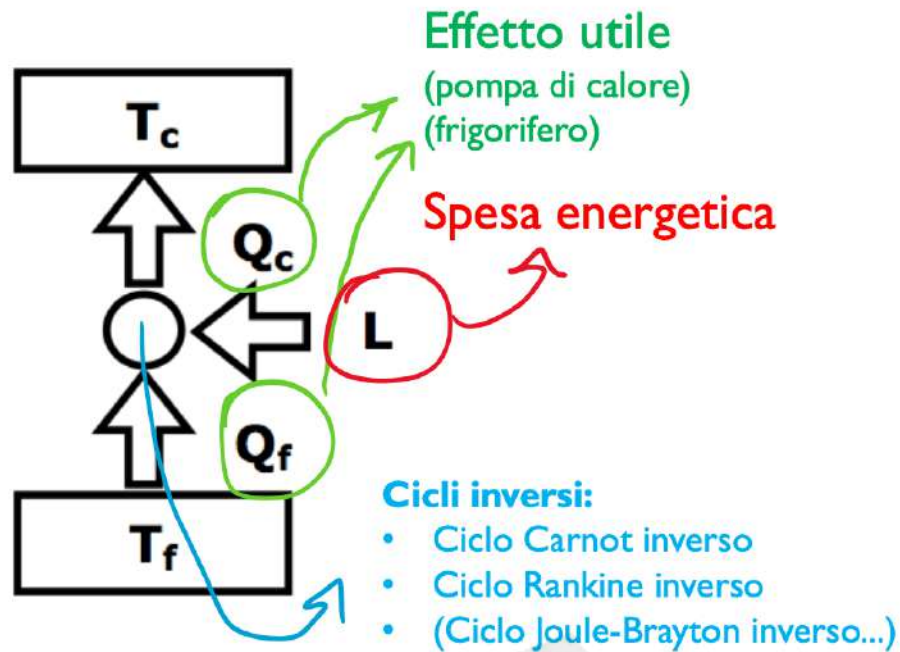
Impianto di condizionamento

Macchine operatrici

Frigorifero e pompa di calore

Scopo: Produce trasferimento di calore

Sono regolate dall'enunciato di Clausius



Cicli indiretti: Percorsi opposti a quelli diretti

Fornisco lavoro meccanico (*energia elettrica*)

Parametro di merito: **coefficient of performance**

$$COP_f = \frac{Q_f}{L} \quad COP_f > 0$$

$$COP_{pdc} = \frac{Q_c}{L} \quad COP_{pdc} > 1$$

Le macchine operatrici operano in direzione opposta alla spontaneità.

- **Ciclo frigorifero**

Se lo scopo è quello di mantenere la temperatura di un sistema al di sotto di quella dell'ambiente; dovendo quindi, **estrarre una quantità di calore da un ambiente che si trova già a bassa temperatura**, allora si avrebbe un impianto frigorifero.

- **Pompa di calore**

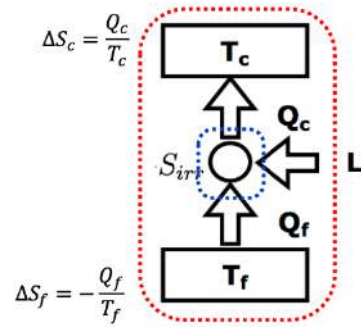
Se invece, la finalità del ciclo è quello di **cedere calore ad un ambiente, estraendolo da un altro ambiente più freddo**, si ha la pompa di calore.

Bilancio di primo principio

$$L + Q_f - Q_c = 0$$

Bilancio di secondo principio

$$S_{irr}^{(int+est)} = \Delta S_{tot} = \Delta S_c + \Delta S_f + \underbrace{\Delta S_{ciclo}}_{\text{regime staz.}}$$



$$Q_c > Q_f$$

Rendimento macchina frigorifera ideale

$$COP_f = \frac{Q_f}{L} > 0 \rightarrow COP_f^{id} = \frac{T_f}{T_c - T_f}$$

$$S_{irr}^{(int+est)} = 0 \quad \Delta S_c^{id} = -\Delta S_f^{id}$$

▼ Dimostrazione COP_f^{id}

$$Q_f = T_f(-\Delta S_f)$$

$$L = Q_c - Q_f = T_c \Delta S_c - T_f(-\Delta S_f)$$

$$\rightarrow COP_f^{id} = \frac{T_f(-\Delta S_f)}{T_c \Delta S_c - T_f(-\Delta S_f)} = \frac{T_f}{T_c - T_f}$$

Rendimento pompa di calore ideale

$$COP_{pdc} = \frac{Q_c}{L} > 1 \rightarrow COP_{pdc}^{id} = \frac{T_c}{T_c - T_f}$$

$$S_{irr}^{(int+est)} = 0 \quad \Delta S_c^{id} = -\Delta S_f^{id}$$

Relazione tra COP_f e COP_{pdc}

$$COP_{pdc} = 1 + COP_f$$

▼ Dimostrazione

$$COP_{pdc} = \frac{Q_c}{L} = \frac{L + Q_f}{L} = 1 + \frac{Q_f}{L} = 1 + COP_f$$

Ciclo inverso di Carnot

Hp: Gas ideale; TIR $\rightarrow s_{irr}^{int} = 0$

É un **sistema chiuso** composto da **sottosistemi aperti** connessi tra loro.

Direzione inversa del ciclo di Carnot diretto. Si parte dal punto 4 e si va verso il punto 3.

Bilancio I principio:

$$l_{in} + l_c + q_f = l_{out} + l_f + q_c$$

Compressione (4-2)

- **adiabatica (4-3)**

$$l_{in} = c_p(T_3 - T_4) = +l_{out} \quad (\text{iso-s})$$

- **isoterma (3-2)**

$$q_c = T_2(s_3 - s_2) = l_c$$

Espansione (2-4)

- **adiabatica (2-1)**

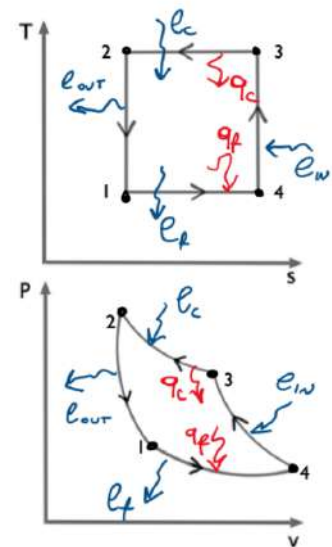
$$l_{out} = c_p(T_2 - T_1) = +l_{in} \quad (\text{iso-s})$$

- **isoterma (1-4)**

$$q_f = T_1(s_4 - s_1) = l_f$$

$$(T_3 - T_4) = (T_2 - T_1)$$

$$(s_3 - s_2) = (s_4 - s_1)$$



THEUNINOTES.COM

Bilancio entropia sul ciclo inverso di Carnot ideale



In giallo è rappresentato il confronto con il **ciclo diretto di Carnot ideale**

Il calore lo cedo sempre da una sorgente più calda, verso un serbatoio con temperatura $\leq$ alla sorgente.

$$T_f \geq T_{1-4} \quad T_c \leq T_{3-2}$$

Bilancio entropia su sistema completo:

$$s_{irr} (= \cancel{s_{irr}^{est,c}} + \cancel{s_{irr}^{est,f}} + \cancel{s_{irr}^{int}}) = \Delta s_c + \Delta s_f$$

Bilanci entropia su scambi termici:

$$\begin{aligned} s_3 - s_2 + \cancel{s_{irr}^{est,c}} &= \Delta s_c \quad (+) \\ s_1 - s_4 + \cancel{s_{irr}^{est,f}} &= \Delta s_f \quad (-) \end{aligned} \quad \text{Se ideale} \quad \Delta s_c = -\Delta s_f$$



Lavoro netto (Positivo se entrante)

$$l_{tot} = \cancel{l_{out}} + l_c + \cancel{l_{in}} - l_f = (T_2 - T_1)(s_4 - s_1)$$

Macchina frigorifera di Carnot

$$COP_f = \frac{q_f}{l_{tot}} = \frac{T_1(s_4 - s_1)}{(T_2 - T_1)(s_4 - s_1)} = \frac{T_1}{T_2 - T_1}$$

Pompa di calore di Carnot

$$COP_{pdc} = \frac{q_c}{l_{tot}} = \frac{T_2(s_3 - s_2)}{(T_2 - T_1)(s_4 - s_1)} = \frac{T_2}{T_2 - T_1}$$

Se è ideale (annullo lo scambio termico e l'entropia) $\rightarrow$ TIR: $T_f = T_{1-4}$, $T_c = T_{3-2}$, $COP = COP^{id}$

Ciclo inverso di Carnot (a vapore)

Hp: Fluido (mix liquido ideale/vapore reale): acqua; TIR $\rightarrow s_{irr}^{int} = 0$

(1-2) **Riscaldamento** (evaporazione) isotermobarico

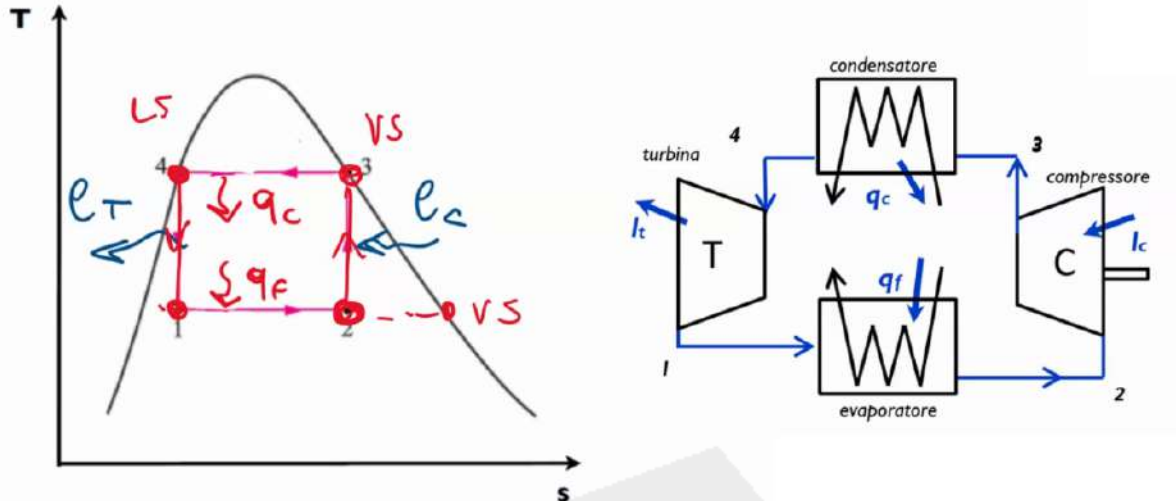
(2-3) **Compressione** isoentropica

(3-4) **Raffreddamento** (condensazione) isotermobarico

(4-1) **Espansione** isoentropica



Siccome le **isoterme** sono quasi impossibili da realizzare, **utilizziamo le transizioni di fase per ottenerle.**



É difficile partire da un titolo $X_1 \neq 0$ e arrivare a un titolo $X_2 < 1$ in una posizione precisa.

A causa dei problemi tecnologici con compressione e espansione di mix bifase, nella realtà viene **riprodotto con il ciclo Rankine inverso (frigorifero)**

THEUNINOTES.COM

Ciclo Rankine inverso ideale



Utilizziamo il ciclo Rankine in direzione opposta

Hp: Mix liquido vapore / vapore reale: R134a; TIR $\rightarrow S_{irr}^{int, compressore} = 0$.

É un **sistema chiuso composto**, costituito da **sottosistemi aperti** connessi tra loro

Fluido R134a $\rightarrow$ fluidi ingegnerizzati per approcci di tipo frigorifero (transizioni di fase a temperature più basse di quelle dell'acqua) $\rightarrow$ É sempre un fluido **reale** (ha delle tabelle apposite).

Bilancio 1° principio

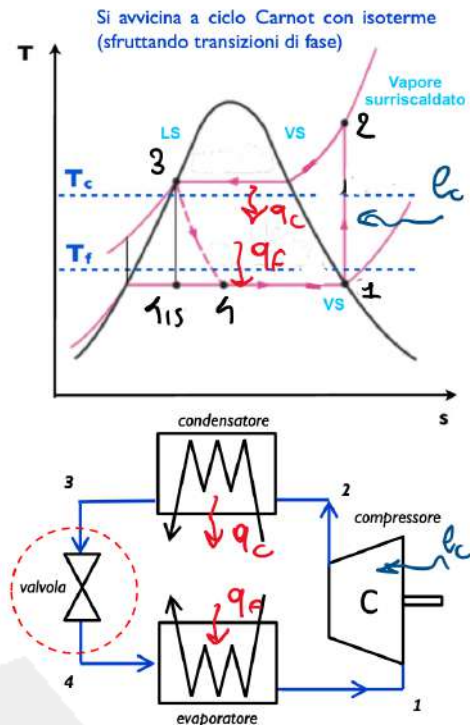
$$q_f + l_c - q_c = 0$$

(4-1) e (2-3) **2 isobare** → prevalentemente in transizione di fase (isotermiche)

(1-2) **1 isoentropica** → con fluido monofase (vap)

(3-4) **1 isoentalpica** → rinuncio all'espansione per difficoltà tecnologica.

→ **valvola di laminazione isoentalpica con irreversibilità**



(3-4)

Non utilizziamo la turbina perchè abbiamo difficoltà ad operare all'interno della campana e inoltre abbiamo una **densità** molto alta, quindi un **volume specifico molto basso** e di conseguenza un **lavoro molto basso**.

Quindi utilizziamo una **valvola di laminazione** (3-4) che esegue una trasformazione isoentalpica (non estraggo, nè fornisco lavoro) $h_3 = h_4$ → effettuo una dissipazione (genero irreversibilità). **Rinuncio ad ottenere del lavoro utile** perchè non converrebbe.



Determino i livelli di entalpia solo utilizzando le tabelle del fluido R134a.

(1-2) compressore (vapore surriscaldato)

$$l_c = h_2 - h_1 \quad s_2 = s_1 \quad \begin{aligned} h_1 &= h_{vs}(P_1) \\ h_2 &= h_{vsurr}(T_2, P_2) \end{aligned}$$

(2-3) condensatore

$$q_c = h_2 - h_3 \quad h_3 = h_{ls}(P_3)$$

(3-4) valvola di laminazione

$$l_v = h_3 - h_4 = 0 \quad h_3 = h_4 \quad \begin{aligned} h_3 &= h_4 = X_4 \cdot h_v + (1 - X_4) \cdot h_l \\ s_3 &= s_4 = X_4 \cdot s_v + (1 - X_4) \cdot s_l \end{aligned}$$

(4-1) evaporatore

$$q_f = h_1 - h_4$$

Coefficient of performance

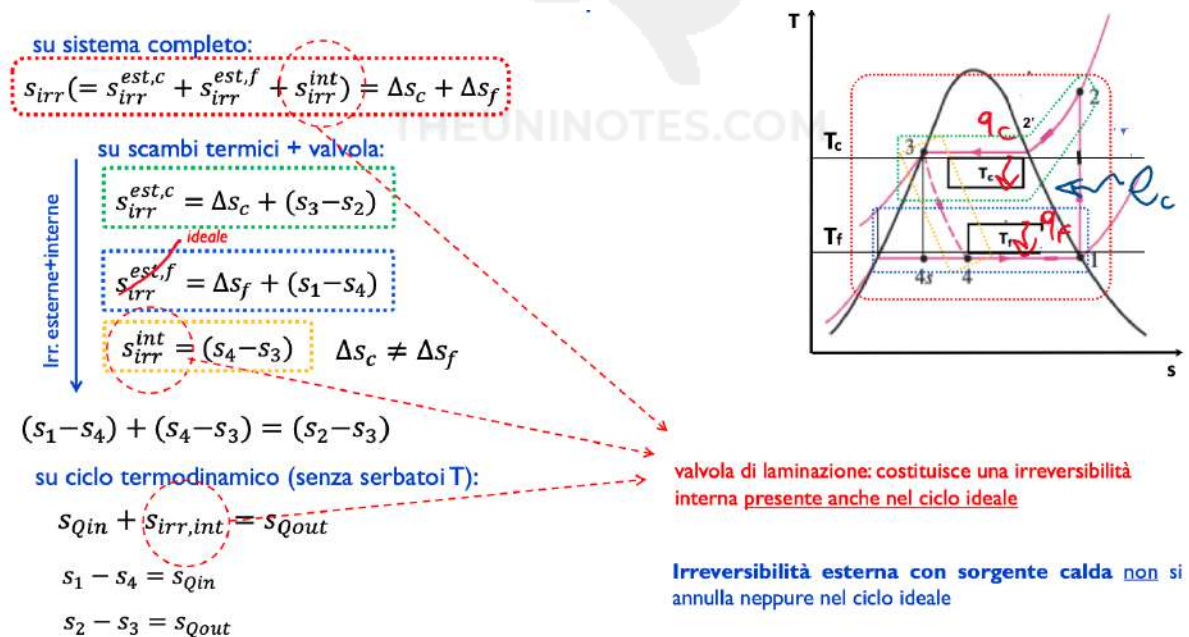
$$COP_f = \frac{q_f}{l_c} = \frac{q_f}{q_c - q_f} > 0$$

$$COP_{pdc} = \frac{q_c}{l_c} = \frac{q_c}{q_c - q_f} = COP_f + 1 > 1$$

Bilanci entropici ciclo Rankine inverso ideale

Nel caso ideale, $S_{irr}^{compressore} = 0$

Nel caso della sorgente calda, anche se $T_3 = T_c$ e quindi non genero entropia, ci sarà comunque entropia per irreversibilità dovuta al tratto 2 - 2'



Se $T_F = T_1 = T_4 \rightarrow$ Scambio termico reversibile, quindi il ciclo è ideale $\rightarrow$

$$S_{irr}^{est,f} = 0$$

Esercizi Ciclo rankine inverso

▼ Esercizio 1 $\rightarrow$ Pompa di calore $\rightarrow$ interpolazione lineare

Una pompa di calore adibita al riscaldamento di un appartamento opera secondo un ciclo Rankine inverso, cedendo una potenza termica di 15 kW all'acqua circolante nei pannelli radianti a 47°C e assorbendo calore dall'aria esterna a 1°C. Assumendo per il compressore un rendimento isoentropico del 70% ed un ΔT in uscita da condensatore ed evaporatore tra sorgente e fluido di lavoro di 5°C, si determini la temperatura di uscita dal compressore nel caso di compressione isoentropica e reale, il rendimento di primo principio, la potenza meccanica da fornire e la portata di gas refrigerante circolante nel ciclo.

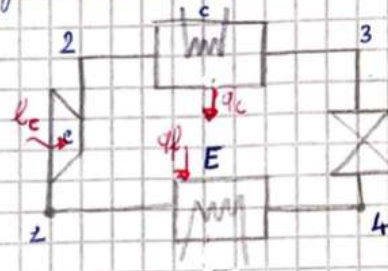
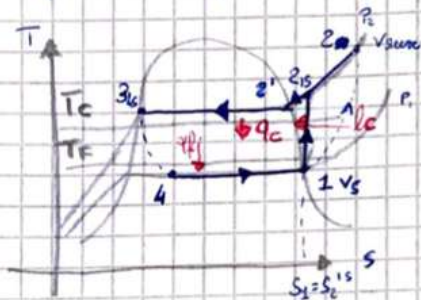
$$[T_2^{is}=57.8^\circ\text{C}; T_2=80^\circ\text{C}; COP=3.38; \dot{L}_{in}=4.43\text{ kW}; \dot{m}_{R134a}=0.088\text{ kg/s}]$$



THEUNINOTES.COM

Esercizio Ciclo Rankine inverso - Pompa di calore

Macchine operatrici -> non producono lavoro utile, ma "generano" scambi di calore



$$\eta_{15}^c = 0.7$$

$$\dot{Q}_c = 15 \text{ kW} \quad T_c = 47^\circ\text{C} = 320 \text{ K} \quad T_f = 1^\circ\text{C} = 274 \text{ K} \quad \Delta T_{3-c} = \Delta T_{1-f} = 5^\circ\text{C} = 5 \text{ K}$$

T_2^{15} , T_2 , COP, $\dot{z}_c$, $\dot{m}_{R, \text{stan}}$?

↓
differenza di T

Bilancio di 1° principio -> sistema chiuso fornito da sottosistemi aperti

$$\begin{aligned} \dot{Q}_c + \dot{Q}_F &= \dot{Q}_c \\ \dot{L}_c + \dot{Q}_F &= \dot{Q}_c \end{aligned} \rightarrow \begin{array}{l} \text{COMPRESSORE} \\ \dot{L}_c = \dot{h}_2 - \dot{h}_1 \rightarrow \dot{h}_1 + \dot{L}_c - \dot{h}_2 = 0 \\ \text{CONDENSATORE} \\ \dot{Q}_c = \dot{h}_2 - \dot{h}_3 \\ \text{EVAPARATORE} \\ \dot{Q}_F = \dot{h}_1 - \dot{h}_4 \\ \text{VALVOLA} \\ \dot{h}_3 = \dot{h}_4 \end{array}$$

① VAPORE SATURO

$$T_1 = T_f - \Delta T_{p-1} = -4^\circ\text{C} \rightarrow P_1 = P_{\text{SAT}}(T_1) = \text{Tabella} = 0,25274 \text{ MPa} = 2,5 \text{ bar}$$

$$h_1 = h_{vs}(T_1) = 244,9 \text{ kJ/kg}$$

$$s_1 = s_{vc}(T_1) = 0,9213 \text{ kJ/kgK}$$

② VAPORE SURRISCALDATO

$$P_2 = P_2^{15} = P_{\text{SAT}}(T_2) = P_{\text{SAT}}(52^\circ\text{C}) \approx 1,4 \text{ MPa}$$

$$T_3 = T_c + \Delta T_{3-c} \rightarrow T_3 = 52^\circ\text{C}$$

$$s_1 = s_2^{15} = 0,9213 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}}$$

h_2^{15} -> INTERPOLARE LE DUE RIGHE TRA 50 e 60° ->

T [°C]	h [kJ/kg]	s [kJ/kgK]
50,3°C	273,4	0,9003
T_2^{15}	h_2^{15}	0,9213
60°C	283,1	0,9297

$$\frac{h_2^{15} - 273,4}{283,1 - 273,4} = \frac{0,9213 - 0,9003}{0,9297 - 0,9003} \rightarrow h_2^{15} = 280,3 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

$$\frac{T_2^{15} - 50,3}{60 - 50,3} = \frac{0,9213 - 0,9003}{0,9297 - 0,9003} \rightarrow T_2^{15} = 57,8^\circ\text{C}$$

② VAPORE SURRISCALDATO

$$\eta_{1,5}^c = 0,7 = \frac{q_c^{1s}}{l_c} = \frac{h_2^{1s} - h_1}{h_2 - h_1} \rightarrow h_2 = \frac{h_2^{1s} - h_1}{\eta_{1,5}^c} + h_1 = 295,4 \frac{\text{KJ}}{\text{Kg}}$$

$$P_2 \times P_c = P_2^{1s} = 1,4 \text{ MPa}$$

$$T_2 = \text{Tabella } T_{\text{sat}}(P_2) = 70^\circ\text{C}$$

$$s_2 = 0,4658 \frac{\text{KJ}}{\text{KgK}} \text{ dalla Tabella}$$

③ LIQUIDO SATURO

$$P_3 = P_2 = 1,4 \text{ MPa} \quad T_3 = 52^\circ\text{C}$$

$$h_3 = h_{L,S}(P_3) = \text{Tabella} = 125,26 \frac{\text{KJ}}{\text{Kg}}$$

$$s_3 = s_{L,S}(P_3) = \text{Tabella} = 0,4453 \frac{\text{KJ}}{\text{KgK}}$$

④ MIX BIFASE

$$P_4 = P_2 = 0,25 \text{ MPa} \quad T_4 = -4^\circ\text{C} \quad h_4 = h_3 = 125,26 \left[\frac{\text{KJ}}{\text{Kg}} \right]$$

$$X_4 = \frac{h_4 - h_{L,S}(T_4)}{h_{V,S}(T_4) - h_{L,S}(T_4)} \rightarrow \frac{125,26 - 44,75}{244,9 - 44,75} \rightarrow 0,49 \approx \boxed{0,4}$$

$$s_4 = s_{V,S}(T_4) \cdot X_4 + (1 - X_4) s_{L,S}(T_4) = 0,4 \cdot 0,9213 \frac{\text{KJ}}{\text{KgK}} + 0,6 \cdot 0,1777 \frac{\text{KJ}}{\text{KgK}} = 0,47514 \frac{\text{KJ}}{\text{KgK}}$$

$$q_c = h_2 - h_3 = 295,31 - 124,58 = \boxed{170,73 \frac{\text{KJ}}{\text{Kg}}}$$

$$l_c = h_2 - h_1 = 295,31 - 244,9 = \boxed{50,41 \frac{\text{KJ}}{\text{Kg}}}$$

$$L \rightarrow \text{COP} = \frac{q_c}{l_c} = 3,38 = \frac{\dot{Q}_c}{\dot{L}_c} \rightarrow \dot{L}_c = \frac{\dot{Q}_c}{3,38}$$

effetto utile
energia necessaria

$$\dot{L}_c = l_c \cdot \dot{m}_{R12+a} = 50,41 \cdot 0,088 = 4,43 \text{ kW}$$

$$\dot{Q}_c = q_c \cdot \dot{m}_{R12+a} \rightarrow \dot{m}_{R12+a} = \frac{\dot{Q}_c}{q_c} \rightarrow \frac{15 \text{ kW}}{170,73 \frac{\text{KJ}}{\text{Kg}}} = 0,088 \frac{\text{Kg}}{\text{s}}$$

Si determini dunque nell'unità di tempo l'entropia generata per ciascuna irreversibilità della macchina termodinamica e l'entropia generata complessivamente, calcolando poi il rendimento di secondo principio rispetto ad un ciclo frigorifero ideale che operi tra le stesse sorgenti.

$[\dot{S}_{irr,TOT}=8.26 \text{ W/K}; \dot{S}_{irr,int,C}=3.92 \text{ W/K}; \dot{S}_{irr,int,V}=2.81 \text{ W/K}; \dot{S}_{irr,est,C}=0.886 \text{ W/K}; \dot{S}_{irr,est,F}=0.64 \text{ W/K}; \eta_{II}=48\%]$



THEUNINOTES.COM

Parte 2

$\dot{S}_{IRR}^{TOT}$, η_{II}^{RK}
Lo compressore

VALVOLA



$$\dot{m}_{R134a} \dot{s}_3 - \dot{m}_{R134a} \dot{s}_4 + \dot{S}_{IRR}^{INT} = 0$$

$$\dot{S}_{IRR}^{INT} = \dot{m}_{R134a} (\dot{s}_4 - \dot{s}_3) = 2,81 \frac{W}{K}$$

COMPRESSORE

$$\dot{S}_{IRR}^{INT} = \dot{m}_{R134a} (\dot{s}_2 - \dot{s}_1) = 3,92 \frac{W}{K}$$

POZZO CALDO

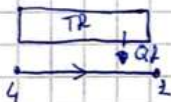


$$\dot{m}_{R134a} \dot{s}_2 + \dot{S}_{IRR}^{EST} - \dot{m}_{R134a} \dot{s}_3 = \Delta \dot{S}_C$$

$$\dot{S}_{IRR}^{EST} = \Delta \dot{S}_C + \dot{m}_{R134a} (\dot{s}_3 - \dot{s}_2)$$

$$= \frac{\dot{Q}_C}{T_C} + \dot{m}_{R134a} (\dot{s}_3 - \dot{s}_2) = 0,886 \frac{W}{K}$$

SORGENTE FREDDA



$$\dot{S}_{IRR}^{EST} = \Delta \dot{S}_F + \dot{m}_{R134a} (\dot{s}_1 - \dot{s}_2)$$

$$= \frac{\dot{Q}_F}{T_F} + \dot{m}_{R134a} (\dot{s}_1 - \dot{s}_2) = 0,64 \frac{W}{K}$$

$$\dot{Q}_F = \dot{m}_{R134a} \cdot q_F = \dot{m}_{R134a} (h_1 - h_4)$$

TOT

SIST. chiuso
adiabatico

$$\dot{m}_{R134a} \dot{s}_1 + \dot{S}_{IRR}^{TOT} - \dot{m}_{R134a} \dot{s}_2 = \Delta \dot{S}_{TOT}$$

$$\dot{S}_{IRR}^{TOT} = \Delta \dot{S}_{TOT} - \dot{S}_{IRR}^{TOT} = \Delta \dot{S}_C + \Delta \dot{S}_F + \Delta \dot{S}_{irr,ad} \rightarrow 0$$

$$\dot{S}_{IRR}^{TOT} = \frac{\dot{Q}_C}{T_C} - \frac{\dot{Q}_F}{T_F} = 8,26 \frac{W}{K}$$

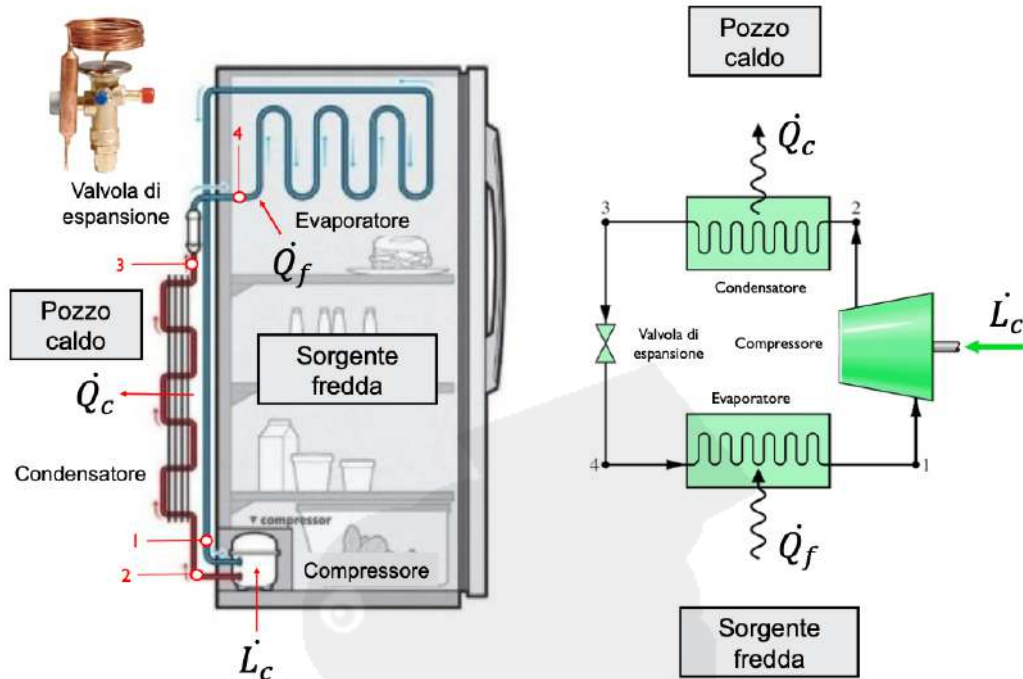
$$\dot{S}_{IRR}^{TOT} = \sum \dot{S}_{IRR}^{INT} \text{ dei sorg. comp.} = 2,81 + 3,92 + 0,886 + 0,64 = 8,26 \frac{W}{K}$$

$$\eta_{II} = \frac{COP_{POC}}{COP_{RK,ide}} = \frac{3,38}{6,96} = 0,48 = 48\%$$

$$L_p = \frac{T_C}{T_C - T_F} = 6,96$$

Applicazioni alla realtà

Frigorifero domestico

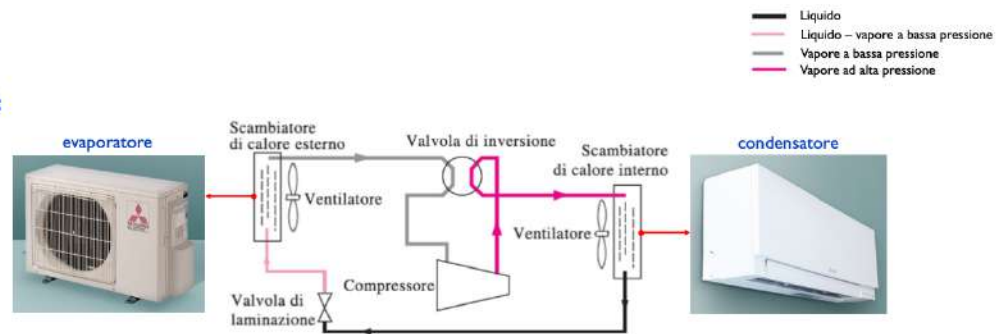


Impianto di condizionamento

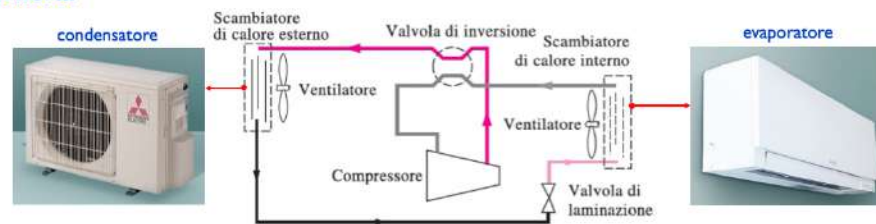
Modalità frigorifera → Preleva energia dall'ambiente interno e tramite il **compressore**, espelle calore nell'ambiente esterno.

Modalità pompa di calore → Preleva energia dall'ambiente freddo (esterno)

• **Mod. PdC:**



• **Mod. frigorifera:**



Impianto di condizionamento

COP è strettamente collegato alle temperature operative

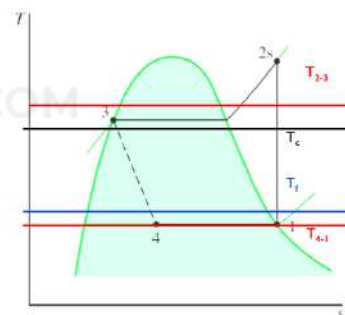
Supponiamo un rendimento di 2° principio del 40%

Macchina frigorifera
T appartamento = 20°C

$$COP_{f}^{id} = \frac{T_f}{T_c - T_f} \quad \eta_{II} = 40\%$$



	$T_{est} (T_c)$	$T_{int} (T_f)$	COP_{f}^{id}	COP_{f}^{reale}
Estate + fancoil	35 °C	8 °C	≈10	≈4
Primavera + fancoil	25 °C	8 °C	≈16	≈6
Primavera + pavimento	25 °C	18 °C	≈40	≈16



Pompa di calore
T appartamento = 20°C

$$COP_{pdc}^{id} = \frac{T_c}{T_c - T_f} \quad \eta_{II} = 40\%$$



	$T_{int} (T_c)$	$T_{est} (T_f)$	COP_{pdc}^{id}	COP_{pdc}^{reale}
inverno + caloriferi	70 °C	0 °C	≈5	≈2
inverno + pavimento	30 °C	0 °C	≈10	≈4
autunno + pavimento	30 °C	10 °C	≈15	≈6

Macchina frigorifera è tanto più efficiente quanto più vicine sono le temperature estreme del ciclo:

- mezza stagione
- tecnologie con efficiente scambio termico

Più avviciniamo tra loro le temperature, più la nostra macchina è efficiente → è più conveniente in primavera e autunno (tabella).