Fluidi

Indice:

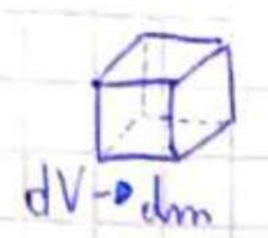
- Densità;
- Pressione;
- Equilibrio forza peso - legge di Archimede;
- Legge di Stevino;
- Principio di Pascal - pressa idraulica - principio dei vasi comunicanti;

É un sistema continuo, può essere un liquido o un gas

Liquidi → fluidi incomprimibili;

Gas → fluidi comprimibili.

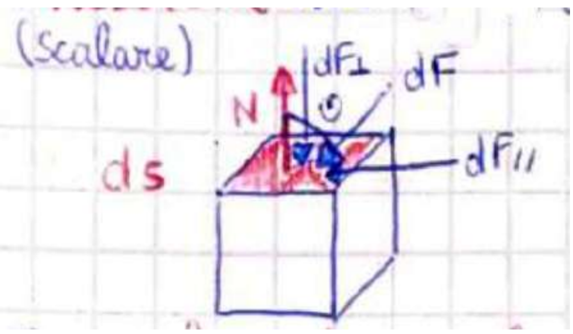
Densità:



É legata alla massa → $\rho = \frac{dm}{dV}$ (*densità puntiforme*).

Se la densità è uniforme, allora $\rho = \frac{m}{V}$

Pressione:



É legata alla forza

$$p = \frac{dF \perp}{ds}$$

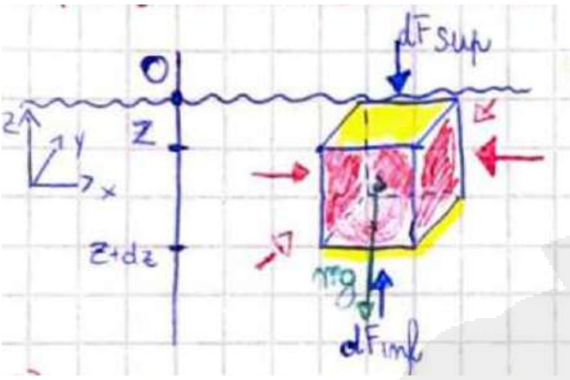
$F_{\parallel}$ → sforzo tangenziale (*fa traslare il corpo*) → $\tau = \frac{dF_{\parallel}}{ds}$

Se il corpo è all'equilibrio, sono presenti solo sforzi normali.

▼ Dimostrazione

$$p = \frac{d\overrightarrow{F} \cdot \overrightarrow{N}}{ds} = \frac{|F||N|\cos\theta}{ds} = \frac{F\perp}{ds}$$

Equilibrio: Risultante delle forze



$$mg = dm * g \qquad dm = \rho dV$$
$$dV = dxdydz$$

$$F_{\text{sup}} \to p(z)dxdy$$
$$F_{\text{inf}} \to p(dz+z)dxdy$$

$$d\text{Forza peso} = \rho dVg = \rho gdxdydz$$

▼ Risultante

$$\overrightarrow{R} = dF_{\text{peso}} + dF_{\text{sup}} = dF_{\text{inf}} \to \rho gdxdydz + p(z)dxdy = p(z+dz)dxdy$$

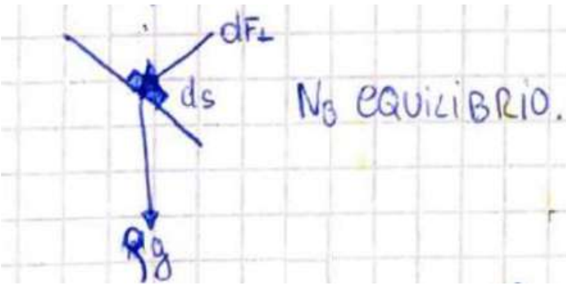
Divido tutto per $dV = dxdydz$

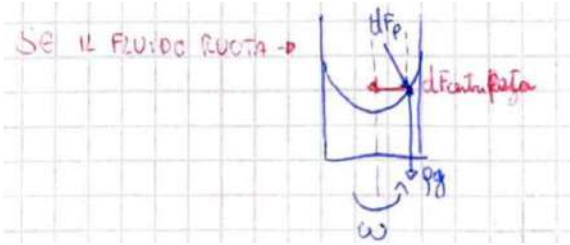
$$\rho g = \frac{(p(z+dz) - p(z))}{dz}$$

$\lim_{z\to 0}$ → ottengo la derivata di p (limite del rapporto incrementale)

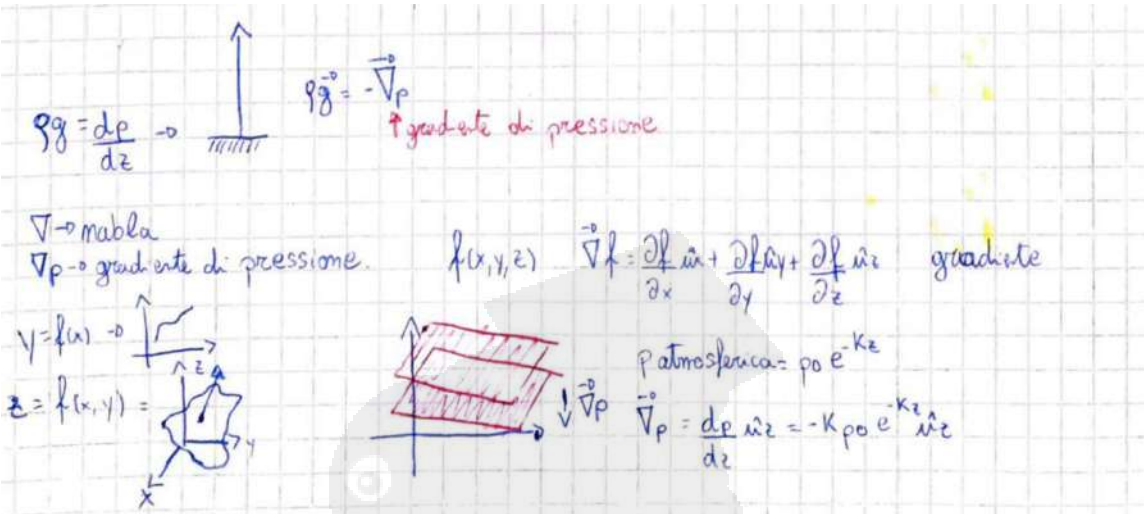
$$\rho g = \frac{dp}{dz} \to \text{Equilibrio dei fluidi pesanti}$$

Le superfici a contatto con l'esterno del fluido sono tutte orizzontali, altrimenti non c'è equilibrio

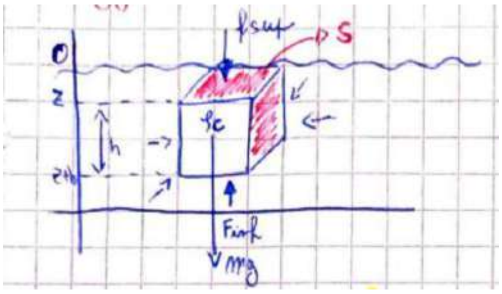




- Se la pressione dipende da più di una variabile → Gradiente di pressione



Legge di Archimede



Il corpo riceve una spinta verso l'alto pari al Volume di fluido spostato.

Corpo di densità ρ_c, immerso in un fluido ρ_f

- Equilibrio:

$$\begin{cases} \overrightarrow{F}_{\text{verticali}} = 0 \\ \overrightarrow{F}_{\text{sup}} + \overrightarrow{F}_{\text{peso}} = \overrightarrow{F}_{\text{inf}} \rightarrow p(z)s + \rho_c gV = p(z+h)s \end{cases}$$

$$(p(z) + h - p(z))s = \rho_c V g$$

> 🤯 $(p(z) + h - p(z))s = \rho_f gh$

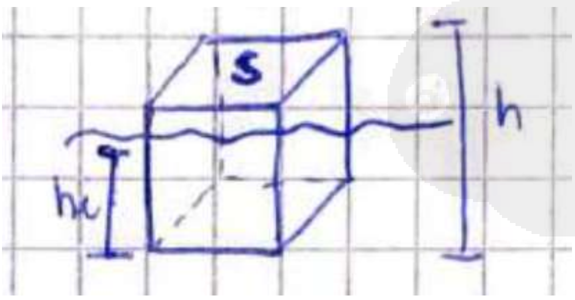
$\rho_f ghs = \rho_c V g$ $\rightarrow$ Risultante forze facce **superiori** e **inferiori** dovute al corpo circostante

Spinta di Archimede: $\rho_f ghs \rightarrow \rho_f V_{\text{fluido spostato}} g \Rightarrow \rho_f V g$

$\rho_c V g = \rho_f V g \rightarrow \rho_c shg = \rho_f h_i sg \rightarrow$ peso del corpo = peso del fluido spostato.

Condizione di Equilibrio: Se $\rho_c < \rho_f$

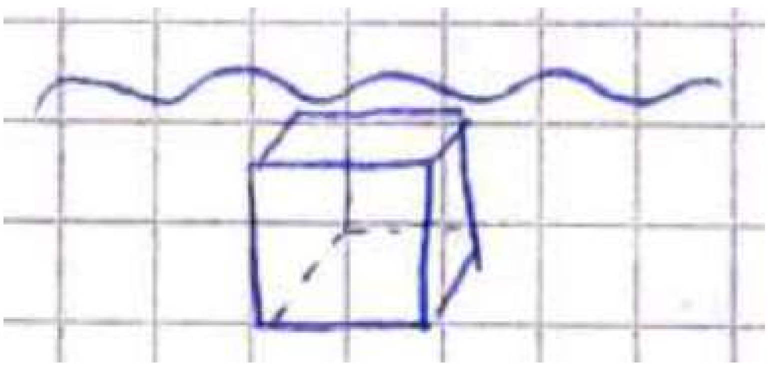
Il corpo emerge parzialmente dall'acqua per trovare l'equilibrio.



$P =$ spinta di Archimede

Condizione limite di equilibrio: Se $\rho_c = \rho_f$

Il corpo è immerso nel fluido ed è in equilibrio.

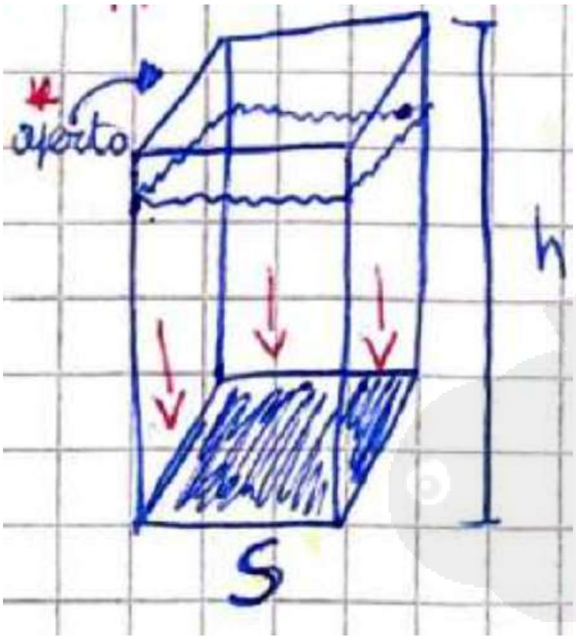


Se $\rho_c > \rho_f$, il corpo affonda con accelerazione $< g$

$$a = \frac{F_p - F_s}{m} \rightarrow a = \frac{\rho_c V g - \rho_f g V}{\rho_c V} \rightarrow a = \frac{\rho_c - \rho_f}{\rho_c} g$$

🤯 a → accelerazione discesa di un corpo in un fluido

Legge di Stevino



Permette di calcolare la pressione esistente ad ogni profondità entro una colonna di fluido conoscendo la densità del liquido stesso.

- Fluido: ρ_f
- Su S viene esercitata la F_{peso}

Pressione:

$$p = \frac{F \perp}{S} = \frac{\rho_f S h g}{S} \rightarrow p = \rho_f g h$$

$$*\text{Se è aperto in superficie} \rightarrow p_{tot} = \rho_f g h + p_{\text{atm}}$$

La pressione dipende dalla quota e non dalla quantità del fluido

---

Pressione:

Si musura in $\frac{N}{m^2} = Pa$ (Pascal) → oppure $\frac{Kg}{m^3}$

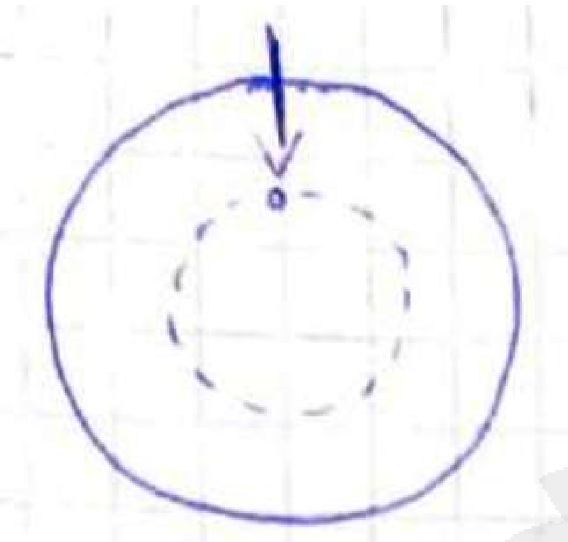
1 atmosfera = 1 atm → pressione al livello del mare a 0°C

$1atm = 1,013 * 10^5 Pa$

$1bar = 10^5 Pa$

$1 \text{ Torr} = 1mmHg(\text{mercurio}) \rightarrow 760 \text{ Torr} = 1atm$

Principio di Pascal:



La pressione esercitata in un punto di un fluido, si trasmette inalterata a tutti i punti del fluido (a tutte le superfici a contatto con il fluido). La pressione è la stessa in tutti i punti.

$$\Delta p = \rho g(\Delta h)$$

Dove Δp è la variazione di **pressione idrostatica**, misurata in **Pascal**, dovuta al peso del fluido versato. ρ è la densità del fluido ($\frac{Kg}{m^3}$), g è l'accelerazione di gravità e Δh è l'altezza raggiunta dal fluido.

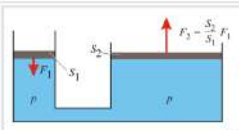
Teorema di Torricelli: $v = \sqrt{2gh}$

Se viene praticato un foro ad una profondità h, la velocità del fluido è v.

Pressa idraulica

Una pressa idraulica è un'apparecchiatura meccanica che sfrutta lo scorrere di un fluido, per sviluppare una forza.

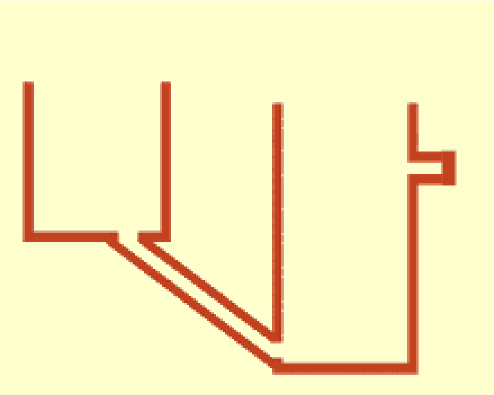
Il loro funzionamento si basa sulla applicazione della Legge di Pascal. Si osservi la figura: nel primo pistone, quello di sinistra, si applica la forza F_1 a una superficie S_1, generando la pressione relativa $p_r = \frac{F_1}{S_1}$, che si esercita su tutte le superfici del cilindro (oltre, naturalmente, a quella del pistone). Per la legge di Pascal, essendo comunicanti i due cilindri, anche nelle superfici del secondo dovrà esercitarsi la medesima pressione relativa p_r. Tuttavia la superficie del secondo pistone è $S_2 > S_1$: di conseguenza, dovendo rimanere identica la pressione ma essendo aumentato il fattore superficie a denominatore, dovrà aumentare quello forza a numeratore.



Principio di funzionamento

In altri termini, all'aumentare proporzionale della superficie deve aumentare allo stesso modo anche la forza necessaria a mantenere l'uguaglianza della pressione. Per esempio, supponiamo che la superficie del secondo pistone sia il doppio di quella del primo. La pressione assoluta all'interno delle due camere è $p_a = p_0 + \frac{F_1}{S_1} = p_0 + \frac{F_2}{S_2}$, cioè $p_r = \frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{2S_1}$. Risolvendo rispetto a F_2 troviamo $F_2 = \frac{2S_1}{S_1} F_1 = 2F_1$.
Raddoppiando la superficie del secondo cilindro raddoppiamo anche la forza in uscita.

Principio dei vasi comunicanti



Il principio dei vasi comunicanti, secondo la legge di Stevino, è il principio fisico secondo il quale un liquido contenuto in due o più contenitori comunicanti tra loro, in presenza di gravità, raggiunge lo stesso livello originando un'unica superficie equipotenziale.

Se ai capi dei vasi comunicanti troviamo due liquidi differenti non miscibili e indichiamo con ρ_1 e ρ_2 la densità dei due liquidi, h_1 e h_2 la loro altezza, P_1 e P_2 la pressione che essi esercitano e indichiamo con g la gravità e p_A la pressione atmosferica si ha:

$$P_1 = P_2$$

e in base alla legge di Stevino:[1]

$$\rho_1 \cdot g \cdot h_1 + p_A = \rho_2 \cdot g \cdot h_2 + p_A$$

$$\rho_1 \cdot h_1 = \rho_2 \cdot h_2$$

Si noti che nell'ultima equazione il prodotto $\rho[\frac{kg}{m^3}] \cdot h[m]$ al primo e secondo membro indica la densità superficiale del liquido ([kg / m^2]).

La proprietà dei vasi comunicanti è un caso particolare, nel quale si considera un solo liquido e l'equazione si riduce alla seguente forma: $h_1 = h_2$.

Se consideriamo un bacino e il caso di un solo liquido, sono dati: l'altezza del liquido nel bacino h_1 (oppure h_2), la gravità g e le densità ρ_1 e ρ_2. Collegato il bacino ad altri vasi, la profondità h_2(oppure h_1) che il liquido assume nei vasi comunicanti è data ed è la stessa indipendentemente dalla forma o diametro del recipiente.

È rilevante notare che il livello del liquido non dipende dalla distanza fra i vasi (h_1 e h_2 sono le altezze del liquido nel bacino e in un vaso comunicante).

Il principio dei vasi comunicanti spiega diversi fenomeni e viene sfruttato dall'uomo per diverse applicazioni pratiche.

Se sul liquido non agiscono forze esterne, si arriva ad un equilibrio stabile nel quale il pelo libero del liquido si dispone su un piano orizzontale.