

09/12/2020

mercoledì 9 dicembre 2020 08:03

## ENERGIA INTERNA DEL GAS PERFETTO

Molecole di gas perfetti:

MONOATOMICO



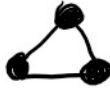
gradi di libertà  
3

BIATOMICO



5

POLIATOMICO



6

Ad ogni grado è associata un'energia che dipende dalla temperatura assoluta

$$U = \frac{1}{2} k_B T$$

$$k_B = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$$

↳ costante di Boltzmann

$$U = \frac{\text{gradi di libertà}}{2} k_B T$$

$N$  → numero di molecole

$$U = N \cdot \frac{f}{2} k_B T$$

$f$ : gradi di libertà

$$U = n N_A \frac{f}{2} k_B T$$

$$N_A \cdot k_B = R$$

$$U = \frac{f}{2} n R T$$

Sistema chiuso scambia calore e lavoro  
scambia anche energia

**I PRINCIPIO della termodinamica**  
è valido per tutti i sistemi chiusi

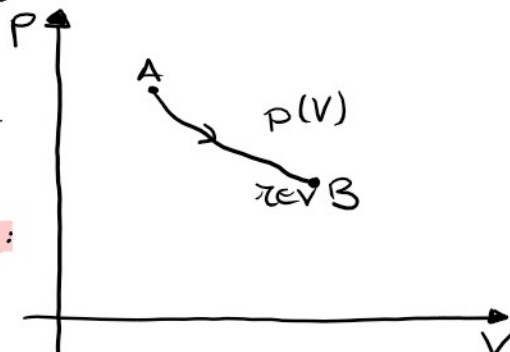
$$\Delta U = Q - L$$

CONVENZIONE:

$Q > 0$  assorbito

$L > 0$  fatto dal sistema

il principio vale se la trasformazione è reversibile ma anche se non lo è



**TRASFORMAZIONE INFINITESIMA:**

$$dU = \delta Q - \delta L$$

$d$  → differenziale

$\delta$  → quantità infinitesima

d → differenziale

δ → quantità infinitesima

Q, L non sono funzioni di stato ma dipendono dalla trasformazione

$$\int_A^B dU = \int_A^B \delta Q - \int_A^B \delta L$$

↳ lo devo scrivere in termini di d... e poi, vanno aggiustati gli estremi

$$U(B) - U(A) = \int_{\dots}^{\dots} d\dots - \int_{V_A}^{V_B} p(V) dV$$

### CASI PARTICOLARI

ISOTERMA → T = cost. ⇒ U = cost.

$$\Delta U = 0 \Rightarrow Q = L$$

ISOCORA → V = cost ⇒ L = 0

$$\Delta U = Q \quad Q_V = m C_V \Delta T$$

ADIBATICA ⇒ Q = 0

$$L = -\Delta U$$

ISOBARA → P = cost  $\delta Q_P = m C_P dT$

$$\delta Q = dU + \delta L = m C_V dT + p dV$$

$pV = nRT$  → faccio il differenziale

$$p dV + V dp = nR dT$$

~~= 0~~  $p = \text{cost}$

$$m(C_V + R) dT = m C_P dT$$

$$\boxed{C_P = C_V + R} \text{ relazione di Meyer}$$

$$Q_P = L + \Delta U \Rightarrow Q = m C_P \Delta T$$

### CALORE SPECIFICO dei GAS (MOLARI)

$$Q = c m \Delta T \text{ (sostanze solide o liquide)}$$

$$\delta Q_\alpha = c_\alpha m dT \quad \alpha \rightarrow \text{dipende dalla trasformazione}$$

$$c_\alpha = \frac{1}{m} \frac{\delta Q}{dT}$$

### ES. ISOCORA

$$\delta Q_V = C_V m dT$$

$$\delta Q_V = dU \Rightarrow \underline{dU = m C_V dT}$$

$$0 \leq v = C_v m \Delta T$$

$$\delta Q_v = dU \Rightarrow \underline{dU = \mu c_v dt}$$

ma  $U = \frac{1}{2} \int \mu R T$  es. MONOTONICO  
 $U = \frac{3}{2} \mu R T$

$$\underline{U = \frac{3}{2} \mu R T}$$

$$C_v = \frac{3}{2} R$$

$C_v = \frac{\text{gradi di libert\`a}}{2} R$  a volume costante

$$\Rightarrow U = \mu c_v T$$

$$\frac{C_v}{\frac{3}{2} R}$$

$$\frac{C_p}{\frac{5}{2} R}$$

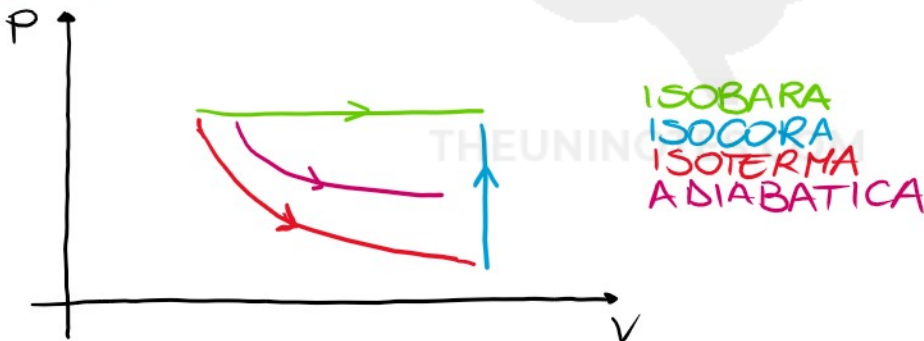
$$\frac{5}{2} R$$

$$\frac{7}{2} R$$

$C_p$  in generale potrebbe non essere costante

lo \u00e9 solo per alcune trasformazioni  
 ISOCORE, ISOBARE e POLITROPICHE

## ADIABATICA



1° principio  $dU = -\delta L$  ( $\delta Q = 0$ )

$$\mu c_v dT = -p dV$$

uso l'equazione di stato

$$p = \frac{\mu R T}{V} \quad \mu c_v dT = - \frac{\mu R T}{V} dV$$

$$\frac{c_v dT}{T} = - \frac{R}{V} dV$$

$$c_v \int_{T_0}^T \frac{dT}{T} = -R \int_{V_0}^V \frac{dV}{V}$$

$$c_v \ln \underline{T} = -R \ln \underline{V}$$

$$c_v \ln \frac{T}{T_0} = -R \ln \frac{V}{V_0}$$

$$\ln \left( \frac{T}{T_0} \right)^{c_v} + \ln \left( \frac{V}{V_0} \right)^R = 0$$

$$\ln \left[ \left( \frac{T}{T_0} \right)^{c_v} \cdot \left( \frac{V}{V_0} \right)^R \right] = 0$$

$$\left( \frac{T}{T_0} \right)^{c_v} \cdot \left( \frac{V}{V_0} \right)^R = 1$$

elevo a  $\frac{1}{c_v}$

$$\left( \frac{T}{T_0} \right) \left( \frac{V}{V_0} \right)^{\frac{R}{c_v}} = 1$$

$$\Rightarrow T V^{\frac{R}{c_v}} = T_0 V_0^{\frac{R}{c_v}} \quad \text{EQUAZIONE ADIABATICA}$$

definendo  $\gamma = \frac{c_p}{c_v} = \frac{c_v + R}{c_v} = 1 + \frac{R}{c_v}$

$$\frac{R}{c_v} = \gamma - 1$$

$\gamma \rightarrow$  COEFFICIENTE dell'adiabatica

$$T V^{\gamma-1} = \text{cost}$$

se voglio  $p(V) \Rightarrow$  uso equazione di stato

$$T = \frac{pV}{\mu R}$$

$$\frac{pV}{\mu R} V^{\gamma-1} = \text{cost} \Rightarrow p V^\gamma = \text{cost} \quad \text{EQUAZIONE ADIABATICA}$$

$\gamma > 1$  per questo si disegna diversamente da quella isoterma