CINEMATICA

TRAIETTORIA → Dove si muove un corpo nel tempo. Ha una direzione e un verso. Luogo geometrico dei punti γ occupati nel tempo.

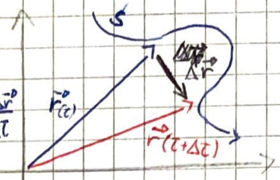
ASCISSA CURVILINEA → Indica la distanza che viene percorsa sulla traiettoria. Spazio percorso in funzione del tempo

LEGGE ORARIA → funzione matematica che rappresenta l'ascissa curvilinea.

POSIZIONE → $\vec{r}(t)$

SPOSTAMENTO durante l'intervallo di tempo Δt

↳ $\Delta \vec{r} = \vec{r}(t+\Delta t) - \vec{r}(t)$



VELOCITÁ MEDIA durante Δt → $V_m = \dfrac{\Delta s}{\Delta t}$; $\dfrac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$

SCALARE → massa (non richiede direzione e verso)

VETTORIALE → forza.

VELOCITÁ ISTANTANEA $\vec{v} = \dfrac{d\vec{r}}{dt} = \dfrac{ds}{dt}$ (scalare)

ACCELERAZIONE MEDIA in Δt → $\vec{a}_m = \dfrac{\Delta v}{\Delta t}$

MUA $= \dfrac{1}{2}at^2 + $ ~~MUR~~ $= V\Delta t + X_{in}$

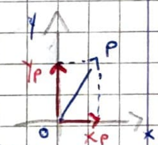
↳ $\dfrac{1}{2}at^2 + X(in) + V_{in}\Delta t$

ACCELERAZIONE ISTANTANEA $\vec{a} = \dfrac{d\vec{v}}{dt} = \dfrac{d''r}{dt^2}$

ACCELERAZIONE TANGENZIALE ISTANTANEA → $a = \dfrac{dv}{dt} = \dfrac{d''s}{dt^2}$

VETTORE → ente matematico distinto in modulo (lunghezza della freccia)
direzione (la retta su cui giace) ———
verso (la punta della freccia) ———>

$\vec{OP} = x_P \hat{u}_x + y_P \hat{u}_y$



VERSORE → vettori di modulo unitario $\hat{u}_x, \hat{u}_y$. Lo si utilizza per scrivere il vettore come la somma di due versori. Può essere ricavato a partire da un vettore, dividendo le componenti del vettore ($\hat{u}_x$, $\hat{u}_y$ e $\hat{u}_z$), con il suo modulo. Il versore mantiene direzione e verso, ma ha modulo $= 1$.

SOMMA DI VETTORI → $\vec{OP} = OP_x \hat{u}_x + OP_y \hat{u}_y$, $\vec{OF} = OF_y u_y$, $\vec{O}_{somma} = OP_x u_x + OP_y u_y + OF_y \hat{u}_y \Rightarrow OP_x \hat{u}_x + (OP_y + OF_y)\hat{u}_y$

MODULO DEL VETTORE → $|\vec{OP}| = \sqrt{u_x^2 + u_y^2}$ (quadrato delle componenti x + y, sotto radice)

PRODOTTO SCALARE → Il risultato è una grandezza scalare che non ci dà direzione e verso.
$\vec{R} = R_x \hat{u}_x + R_y \hat{u}_y$, $\vec{L} = L_x \hat{u}_x + L_y \hat{u}_y$ 1 $\vec{R}\cdot\vec{L} = R_x \cdot L_x + R_y \cdot L_y$ OPPURE
2 $|\vec{R}| \cdot |\vec{L}| \cdot \cos$ (angolo compreso tra i vettori) // paralleli → $\cos 0° = 1$
↳ È il prodotto della somma delle componenti lungo x e lungo y. ⊥ perpendicolari → $\cos 90° = 0$

PRODOTTO VETTORIALE → vettore perpendicolare al piano dove sono R e L
$\vec{R} \times \vec{L} = \vec{K}$ 1. $|\vec{K}| = |\vec{R}| \cdot |\vec{L}| \cdot \sin$ (angolo compreso tra i vettori)

$\begin{vmatrix} u_x & u_y & u_z \\ r_x & r_y & 0 \\ l_x & l_y & 0 \end{vmatrix}$ = ———> 2. $(R_x \cdot L_y - L_x \cdot R_y)\hat{u}_z$

ANALISI DIMENSIONALE $[V] = [L]/[T]$ la dimensione si indica con [ ] $[L]$ = lunghezza $[T]$ = tempo
$F = m \cdot a$ $[F] = [M] \cdot \dfrac{[L]}{[T]^2}$ = $\left(Kg \cdot \dfrac{m}{s^2}\right) = N$

PROBLEMA INVERSO $S(t)$ → $\Delta s = dt \cdot v(t)$ ⇒ $\Delta s = \int_{t_{in}}^{t_{fin}} v(t)dt$ ⇒ $s(t) = s_{in} + \int_{t_{in}}^{t_{fin}} v(t)dt$ ⇒ $\boxed{s(t) = s_{in} + v(t_{fin} - t_{in})}$ $v = cost$ e va fuori dall'integrale

PROBLEMA INVERSO $V(t)$ → $v(t) = v_{in} + \int_{t_{in}}^{t} a(t)dt$ ⇒ $v_{in} + a\int_{t_{in}}^{t} dt = v_{in} + a\,\Delta t$

PROBLEMA INVERSO $a(t)$ → $x(t) = x_{in} + \int_{t_{in}}^{t} v(t)dt = x_{in} + \int_{t_{in}}^{t}[v_{in} + a(t - t_{in})]dt = x_{in} + v_{in}(t - t_{in}) + \dfrac{a(t - t_{in})^2}{2}$

$= \boxed{x_{in} + v_{in}\Delta t + \dfrac{1}{2}a(\Delta t)^2}$ → legge oraria

PROBLEMA DIRETTO → $S(t) \xrightarrow[\text{derivata}]{} V(t) \xrightarrow{\text{derivata}} a(t)$

PROBLEMA INVERSO → $a(t) \xrightarrow[\text{INTEGRALE}]{} V(t) \xrightarrow[\text{INTEGRALE}]{} S(t)$

∝ → PROPORZIONALE

MOTO RETTILINEO UNIFORME → $v = cost$ → $dx = v dt$ → $\int dx = \int_0^t v dt \Rightarrow \boxed{x = x_0 + vt}$

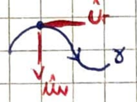
MOTO RETTILINEO UNIFORMEMENTE ACCELERATO → $a = cost$ → $dx = v dt$ $\quad dv = a dt$

$\int_{v_0}^{v} dv = \int_0^t a dt \rightarrow v = v_0 + at \rightarrow \int_{x_0}^{x} dx = \int_0^t (v_0 + at) dt \rightarrow \boxed{x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2}$

VETTORE POSIZIONE → $\vec{r} = \vec{r_x} + \vec{r_y} + \vec{r_z} = x_p \hat{u}_x + y_p \hat{u}_y + z_p \hat{u}_z$

$r = \sqrt{x^2 + y^2}$ $\quad \theta = arctg \frac{y}{x}$

VELOCITÁ VETTORIALE → $\vec{V} = V_x \hat{u}_x + V_y \hat{u}_y + V_z \hat{u}_z = \frac{dx}{dt} \hat{u}_x + \frac{dy}{dt} \hat{u}_y + \frac{dz}{dt} \hat{u}_z$



$\hat{u}_T$ dipende da γ ed é sempre tangente alla traiettoria γ

$\hat{U}_N \perp \hat{U}_T$ perpendicolare alla traiettoria.

$\vec{V} = V \hat{u}_T + \underbrace{0 \hat{u}_N}_{V \cdot \hat{u}_n \cdot \cos 90° = 0}$ $\quad \hat{u}_T = \vec{V}/|V|$ $\quad |V| = \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2}$

ACCELERAZIONE SCALARE → $\vec{a} = \vec{a_x} + \vec{a_y} + \vec{a_z} \Rightarrow \frac{dv_x}{dt} \hat{u}_x + \frac{dv_y}{dt} \hat{u}_y + \frac{dv_z}{dt} \hat{u}_z = a_x \hat{u}_x + a_y \hat{u}_y + a_z \hat{u}_z$

SISTEMI DI RIFERIMENTO

SISTEMA DI RIFERIMENTO CARTESIANO → $\vec{V} = \vec{V_x} + \vec{V_y} + \vec{V_z} = V_x \hat{u}_x + V_y \hat{u}_y + V_z \hat{u}_z$

SISTEMA DI RIFERIMENTO INTRINSECO → Segue la traiettoria del corpo

$\hat{u}_N \perp \gamma$ = perpendicolare → $\cos\theta = 90° = 0$ $\quad \vec{V} = V(t) \hat{u}_T(t)$

$\hat{u}_T$ tangente γ

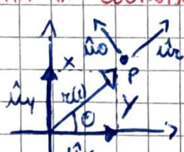
COORDINATE POLARI → $\underset{\text{cartesiane}}{(x, y, z)} \rightarrow \underset{\text{polari}}{(r, \theta, z)} \rightarrow \underset{\text{sferiche}}{(r, \theta, \varphi)}$

$\begin{cases} x = r \cos\theta \\ y = r \sin\theta \end{cases}$ → invece che utilizzare (x, y) posso descrivere la posizione con (r, θ)

$\vec{r}(t) = r(t) \hat{u}_r$ → versore radiale (in direzione di r crescente) cambia l'orientamento nel tempo

$\hat{u}_\theta$ é perpendicolare a $\hat{u}_r$

VELOCITÁ IN COORDINATE POLARI → É comodo sapere a che angolo si trova il corpo osservato



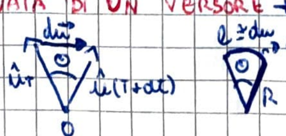
$V = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d}{dt}[r(t) \hat{u}_r] = \frac{dr(t)}{dt} \cdot \hat{u}_r + \frac{d\hat{u}_r}{dt} \cdot r(t) = \underbrace{\frac{dr}{dt} \hat{u}_r}_{\text{radiale}} + \overbrace{r(t) \frac{d\theta}{dt} \hat{u}_\theta}^{\text{polare}} = \vec{V_r} + \vec{V_\theta}$

$|r| = \sqrt{x^2 + y^2}$ $\quad \theta = arctg\left(\frac{y}{x}\right)$ $\quad \vec{r}(t) = \underbrace{r(t)}_{xy} \hat{u}_r$ $\quad \vec{V_r} = \frac{dr}{dt} \hat{u}_r$

$\hat{u}_r$ → al posto di $\hat{u}_x$ e $\hat{u}_y$ → il versore punta sempre verso l'esterno → versore radiale

$\hat{u}_\theta$ → si muove insieme alla coordinata angolare

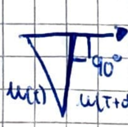
DERIVATA DI UN VERSORE →



$\theta = \frac{l}{R} \Rightarrow R\theta = l$ $\quad \boxed{|\hat{u}(t)| = 1 \quad \forall t}$

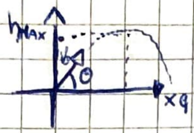
$|\hat{u}(t)| \, d\theta = du$

$\vec{u}t + du = \vec{u}(t + dt) \Rightarrow u(t + dt) - \vec{u}(t) \Rightarrow \underset{\text{vettore}}{d\vec{u}} = \underset{\text{scalare}}{d\theta} \, \hat{u}_\theta \xrightarrow{\text{divido tutto per } dt} \frac{d\vec{u}}{dt} = \frac{d\theta}{dt} \hat{u}_\theta$



MOTO PARABOLICO $x = MRU \quad y = MUA$

1. LANCIO DA TERRA VERSO L'ALTO



$V_{ox} = V_0 \cdot \cos\theta \tau \, \hat{u}_x$ lungo asse x MRU

$V_{oy} = (V_0 \cdot \sin\theta - g\tau)\, \hat{u}_y$ lungo asse y MUD

leggi orarie $\Rightarrow$ $\underbrace{\begin{cases} x = V_0 \cos\theta \tau \\ y = V_0 \sin\theta \tau - \frac{1}{2} g \tau^2 \end{cases}}_{\text{LEGGI ORARIE}}$ $\Rightarrow \begin{cases} \tau = \frac{x}{V_0 \cos\theta} \\ y = V_0 \sin\theta \frac{x}{V_0\cos\theta} - \frac{1}{2} g \frac{x^2}{V_0^2\cos^2\theta} \end{cases}$ $\Rightarrow \underbrace{\begin{cases} \tau = x / V_0 \cos\theta \\ y = x \tan\theta - \frac{1}{2} g \frac{x^2}{V^2 \cos^2\theta} \end{cases}}_{\text{PARABOLA: TRAIETTORIA}}$

$x_g \Rightarrow y = 0 \rightarrow x \tan\theta - \frac{1}{2} g \frac{x^2}{V_0^2 \cos^2\theta} = 0 \Rightarrow x\left(-\frac{g}{V_0^2\cos^2\theta} + tg\theta\right) = 0 \rightarrow x \neq 0$ (valore iniziale) $\rightarrow x_g = \frac{2V_0^2 \cos^2\theta \cdot \frac{\sin\theta}{\cos\theta}}{g} = \underbrace{\frac{2 V_0^2 \cos\theta \cdot \sin\theta}{g}}_{\text{GITTATA}}$

$y_{MAX} \Rightarrow V_y = 0 \rightarrow V_0 \sin\theta - gt = 0 \Rightarrow \tau = \frac{V_0 \sin\theta}{g}$] TEMPO DI VOLO che può essere inserito nella legge oraria di y

$y_{MAX} = \frac{V_0^2 \sin^2\theta}{g} - \frac{1}{2} g \frac{V_0^2 \sin^2\theta}{g^2} = \frac{1}{2} \frac{V_0^2 \sin^2\theta}{g}$] ALTEZZA MASSIMA

2. LANCIO DA UN'ALTEZZA H VERSO L'ALTO

$\begin{cases} x = V_0 \cos\theta\tau \\ y = h + V_0 \sin\theta\tau - \frac{1}{2} g\tau^2 \end{cases}$] LEGGI ORARIE

$\begin{cases} V_x = V_0 \cos\theta\tau \, \hat{u}_x \\ V_y = (V_0 \cdot \sin\theta\tau - gt)\, \hat{u}_y \end{cases}$

$\begin{cases} \tau = x / V_0 \cos\theta \\ y = h + V_0 \sin\theta \frac{x}{V_0\cos\theta} - \frac{1}{2} g \frac{x^2}{V_0^2\cos^2\theta} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \tau = x / V_0 \cos\theta \\ y = h + x\tan\theta - \frac{1}{2} g \frac{x^2}{V_0^2\cos^2\theta} \end{cases} \Rightarrow \underbrace{y = h + x\tan\theta - \frac{1}{2} g \frac{x^2}{V^2\cos^2\theta}}_{\text{TRAIETTORIA}}$

τ volo, dalla legge oraria $\Rightarrow y = 0 \Rightarrow h + V_0 \sin\theta\tau - \frac{1}{2} g\tau^2 = 0 \Rightarrow 2h + 2V_0 \sin\theta\tau - g\tau^2 \Rightarrow \underbrace{\tau_{1,2} = \frac{V_0\sin\theta \pm \sqrt{V_0^2 \sin\theta + 2hg}}{g}}_{\text{TEMPO DI VOLO (solo valore positivo)}}$

$x_g = \underbrace{V_0 \cos\theta\tau}_{\text{legge oraria } x} \cdot \tau\, \text{volo}$] GITTATA

$h_{max} \Rightarrow V_y = 0 \Rightarrow V_0 \sin\theta - gt = 0 \rightarrow \tau = \frac{V_0 \sin\theta}{g}$ | SOSTITUISCO NELLA LEGGE ORARIA DI Y $\rightarrow h_{max} = h + \frac{V_0^2 \sin\theta}{g} - \frac{1}{2} g \frac{V_0^2 \sin^2\theta}{g^2} = \underbrace{h + \frac{V_0^2 \sin^2\theta}{2g}}_{\text{ALTEZZA MAX}}$

3. LANCIO DA UN'ALTEZZA H VERSO IL BASSO

$\begin{cases} x = V_0 \cos\theta\tau \\ y = h - V_0 \sin\theta\tau - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases}$] LEGGI ORARIE

$\begin{cases} V_x = V_0 \cos\theta\tau \, \hat{u}_x \\ V_y = (V_0 \sin\theta - gt)\, \hat{u}_y \end{cases}$

$\begin{cases} \tau = x / V_0 \cos\theta\tau \\ y = h - V_0 \sin\theta \frac{x}{V_0 \cos\theta} - \frac{1}{2} g \frac{x^2}{V_0^2\cos^2\theta} \end{cases} \Rightarrow \underbrace{\left\{ y = h - x\tan\theta - \frac{1}{2} g \frac{x^2}{V_0^2 \cos^2\theta} \right.}_{\text{TRAIETTORIA}}$

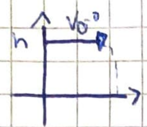
$x_g = \underbrace{V_0 \cos\theta\tau}_{\text{legge oraria } x} \cdot \tau\, \text{volo}$] GITTATA

$h_{max} \Rightarrow V_x = 0 \Rightarrow V_0 \cos\theta\tau = 0 \rightarrow \tau = 0$ | SOSTITUISCO NELLA LEGGE ORARIA DI Y

$h_{max} \Rightarrow y = h - V_0 \sin\theta \cdot 0 - \frac{1}{2} g \cdot 0^2 \Rightarrow y = h \rightarrow h_{max} = h$] ALTEZZA MASSIMA

τ volo $\Rightarrow y = 0 \rightarrow h - V_0 \sin\theta\tau - \frac{1}{2} g\tau^2 = 0 \Rightarrow 2h - 2V_0 \sin\theta\tau - g\tau^2 = 0 \Rightarrow \tau_{1,2} = \frac{-V_0 \sin\theta \pm \sqrt{V_0^2 \sin\theta + 2hg}}{g}$] TEMPO DI VOLO

4. LANCIO ORIZZONTALE



$\underbrace{\begin{cases} x = V_0 t \\ y = h - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases}}_{\text{LEGGI ORARIE}}$ $\begin{cases} V_x = V_0 \\ V_y = -gt \end{cases}$ $\underbrace{\begin{cases} t = x/V_0 \\ y = h - \frac{1}{2} g \frac{x^2}{V_0^2} \end{cases}}_{\text{TRAIETTORIA}}$ $\underbrace{X_G = V_0 \cdot t_{volo}}_{\text{GITTATA}}$ (legge oraria x)

$\underbrace{h_{max} = h}_{\text{ALTEZZA MAX}}$

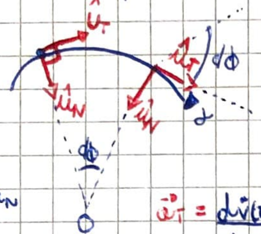
$T_{volo} \Rightarrow y = 0 \Rightarrow h - \frac{1}{2} g t^2 = 0 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$ | TEMPO DI VOLO

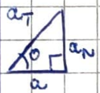
ACCELERAZIONE NEL SISTEMA DI RIFERIMENTO INTRINSECO: $\vec a_T$ e $\vec a_N$

Tangeziale, Normale

ϕ = phi

$\vec a = \frac{d\vec v}{dt} = a_x \hat u_x + a_y \hat u_y + a_z \hat u_z = \frac{dv_x}{dt}\hat u_x + \frac{dv_y}{dt}\hat u_y + \frac{dv_z}{dt}\hat u_z$





$\vec V(t) = V(t)\hat u_T$ (V é sempre Tangente alla traiettoria γ)

$\vec a = \frac{d\vec v}{dt} = \frac{d}{dt}(V(t)\hat u_T) = \underbrace{\frac{dv(t)}{dt}}_{a_T \to \text{TANGENTE}}\hat u_T + V(t)\cdot\frac{d\hat u_T}{dt} = \underbrace{\frac{dv(t)}{dt}}_{a_T}\hat u_T + V(t)\underbrace{\frac{d\phi}{dt}}_{a_N \to \text{NORMALE}}\hat u_N$

$\vec a_T = \frac{d\vec v(t)}{dt}\hat u_T$ $\vec a_N = V(t)\frac{d\phi}{dt}\hat u_N$ $|a| = \sqrt{a_T^2 + a_N^2}$ $\phi = \text{arctg}\frac{a_N}{a_T}$

R → raggio curvatura traiettoria

$a_N = V(t)\cdot\frac{d\phi}{dt}\hat u_N \Rightarrow \frac{d\phi}{dt}\cdot V = \underbrace{\frac{d\phi}{ds}}_{1/R}\cdot\underbrace{\frac{ds}{dt}}_{V}\cdot V = \frac{V(t)}{R}\cdot V = \boxed{\frac{V^2(t)}{R}}$

$ds = R\cdot d\phi \Rightarrow \frac{d\phi}{ds} = \frac{1}{R}$

$\vec a_N = \frac{V^2(t)}{R}\hat u_N$

$\vec a_T = \frac{dv(t)}{dt}\hat u_T$

$\Rightarrow \vec a = \underbrace{\vec a_T}_{/\!/ \hat u_T} + \underbrace{\vec a_N}_{\perp \hat u_T \perp \vec v}$

$/\!/ \hat u_T$ modifica $|\vec v|$ lungo la γ

$\perp \hat u_T \perp \vec v$ modifica la traiettoria permettendo di curvare.

CURVA AUTOMOBILE

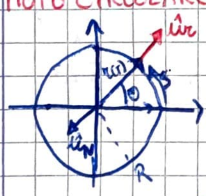
$\propto$ → proporzionale

$a_N = \frac{V^2}{R}$ $\propto \frac{V^2}{R}$ → più si va veloci, maggiore é l'accelerazione richiesta
→ più la curva é stretta, maggiore é l'accelerazione.

Acc = (PNEUMATICI/ASFALTO)

MOTO CIRCOLARE UNIFORME

$|V|$ = costante solo in modulo, non in direzione o verso.



S: spazio percorso lungo γ (circonferenza) → $S(t) = S_0 + V\Delta t$) divido tutto per R

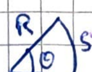
$\theta(t)$: angolo percorso $\theta(t) = \theta_0 + \frac{V}{R}\Delta t$

$\theta t = \theta_0 + \omega\Delta t$] legge oraria MCU

↳ $\frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \omega \to \frac{V}{R}$] velocità ANGOLARE

polari → $\vec r(t) = r(t)\cdot\hat u_r = R\hat u_r$, $\theta(t)$ dipende dal moto

cartesiane → $x(t) = R\cos\theta(t)$, $y(t) = R\sin\theta(t)$, $z(t) = cost = 0$ → $x(t) = R\cos[\theta_0 + \omega\Delta t]$, $y(t) = R\sin[\theta_0 + \omega\Delta t]$



$\theta = \frac{S}{R}$

$S = R\cdot\theta$

$\vec a = \vec a_T + \vec a_N$ → NORMALE (ci permette di curvare e modificare la direzione di v)

TANGENZIALE (modulo lungo la traiettoria) = $\frac{dv}{dt}\hat u_T$ é NULLA IN MCU

$\vec a_N = \frac{V^2}{R}\hat u_N = \frac{(\omega R)^2}{R}\hat u_N \Rightarrow \underbrace{\omega^2 R\hat u_N}_{\text{ACCELERAZIONE CENTRIPETA}}$

$T = 2\pi/\omega$ → Tempo per un giro = "$2\pi R$"/$|V|$ (formula circonferenza)] PERIODO

$f = 1/T \Rightarrow f = \omega/2\pi$ → numero di giri nell'unità di tempo] FREQUENZA

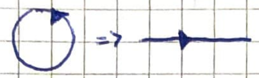
$\omega = 2\pi f$ → PULSAZIONE

MOTO CIRCOLARE UNIFORMEMENTE ACCELERATO

$\vec{a}_T$ = costante $= \frac{dv}{dt}$ (costante in modulo, ma non in direzione)

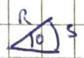
$\vec{a} = \vec{a}_T + \vec{a}_N = \frac{dv}{dt}\hat{u}_T + \frac{v^2}{R}\hat{u}_N = \frac{dv(t)}{dt}\hat{u}_T + \omega^2 R\,\hat{u}_N$

$\vec{a}_T$ in MCUA = cost $\vec{a}_N = 0$ perché non ci sono curve MCUA è simile a MRUA



MRUA $v(t) = v_0 + a_T\Delta t$ $s(t) = s_0 + v_0\Delta t + \frac{1}{2}a_T\Delta t^2$

dividendo tutto per R



$\theta = \frac{s}{R}$

$\frac{v(t)}{R} = \frac{v_0}{R} + \boxed{\frac{a_T}{R}}\cdot\Delta t$ $\omega = \alpha t$ $\alpha = \frac{d\omega}{dt} = \frac{rad}{s^2}$

→ accelerazione angolare → $\alpha = \frac{a_T}{R}$ ⇒ α = costante ⇒ $a_T = \alpha R$

$s(t) = s_0 + v_0\Delta t + \frac{1}{2}a_T\Delta t^2$ (legge oraria $s(t)$)

dividendo per R

$\frac{s(t)}{R} = \frac{s_0}{R} + \frac{v_0\Delta t}{R} + \frac{1}{2}\frac{a_T}{R}\Delta t^2 \Rightarrow \theta(t) = \theta_0 + \omega\Delta t + \frac{1}{2}\alpha\Delta t^2$] LEGGE ORARIA

$\vec{a}_T = \alpha R$ versore $\hat{u}_T$

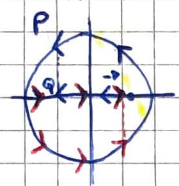
$\vec{a}_N = \omega^2 R$ → in questo caso = 0 $= v^2/R$ versore $\hat{u}_N$

MOTO ARMONICO

→ È il moto lungo una retta di un punto che è la proiezione di un altro punto che si muove di moto circolare uniforme. Q si muove lungo un diametro, di moto armonico con lo stesso periodo $T = \frac{2\pi}{\omega}$. Per Q, ω si chiama PULSAZIONE

La frequenza $f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$ → numero di giri in un intervallo di tempo.

T = tempo per un giro



vedi moto circolare

$a_x = -\omega^2 x$ → $x = A\cos(\omega t + \varphi)$

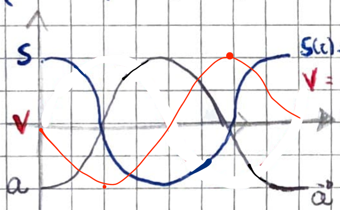
$\underbrace{\omega = 2\pi f}_{\text{PULSAZIONE}}$

$\underbrace{x = A\cos(\omega t + \varphi) \quad v_x = -A\omega\sin(\omega t + \varphi)}_{\text{LEGGI ORARIE}}$

$|v_{max}| = A\cdot\omega\cdot\cos 0$

$|a_{max}| = A\cdot\omega^2\cdot\sin\frac{\pi}{2}$

A (AMPIEZZA) = R (RAGGIO)



$s(t) = x = A\cos(\omega t + \varphi)$

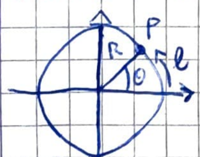
$v = -A\omega\sin(\omega t + \varphi) = \frac{ds}{dt}$

$a = a_x = -A\omega^2\cos(\omega t + \varphi) = \frac{dv}{dt}$

$\vec{a}$

- NELLE MOLLE
- NEL PENDOLO

MOTO CIRCOLARE



$l = R\,\theta$ Posizione (R, θ) $\omega = \frac{v}{R} = \frac{d\theta}{dt}$ $x(t) = R\cos\theta(t)$

$y(t) = R\sin\theta(t)$

$\alpha = \frac{d\omega}{dt} = \omega^2 R = \frac{d''\theta}{dt^2}$ $\vec{r} = x\hat{u}_x + y\hat{u}_y$

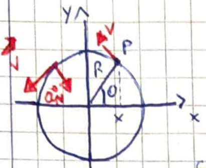
$\theta(t) = \theta_0 + \omega t$ (moto circolare uniforme)

$\theta(t) = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$ (moto uniformemente accelerato)] LEGGI ORARIE

f = numero di giri in un intervallo di tempo

T = tempo per un giro

MOTO CIRCOLARE UNIFORME



$\theta = \omega t$ $|v| = cost$, $\omega = cost$ derivata cos = -sin sin = cos

$\begin{cases} x = R\cos\omega t \\ y = R\sin\omega t \end{cases}$ COMPONENTI DEL VETTORE POSIZIONE ($\vec{r}$)

$\begin{cases} V_x = \frac{dx}{dt} = -\omega R\sin(\omega t) \\ V_y = \frac{dy}{dt} = \omega R\cos(\omega t) \end{cases}$ Velocità (VETTORE)

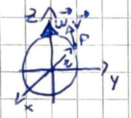
$\begin{cases} a_x = \frac{dv_x}{dt} = -\omega^2 R\cos(\omega t) \\ a_y = \frac{dv_y}{dt} = -\omega^2 R\sin(\omega t) \end{cases}$ VETTORE ACCELERAZIONE

$a_N = \frac{V^2}{R} = \omega^2 R\,\hat{u}_N$

PROBLEMA DIRETTO $\theta(t) \xrightarrow{derivata} \omega(t) \xrightarrow{derivata} \alpha(t)$

PROBLEMA INVERSO: $\alpha(t) \xrightarrow{integrale} \omega(t) \xrightarrow{integrale} \theta(t)$

$\vec{r} = R\hat{u}_r$ $\vec{V} = \vec{V}\hat{u}_\theta$ $\omega(t) = \frac{d\theta}{dt}\hat{u}_z$



Prodotto vettoriale

$\vec{V} = \vec{\omega} \times \vec{r}$
medio ↓ pollice ↓ indice

$\vec{\omega} \perp a\ \vec{r}$ e $\vec{v}$

$\vec{V} = \omega R\sin\theta = \omega R\sin 90 = \omega R$

$V = \omega R$

$\omega = 2\pi F$ $F = \frac{\omega}{2\pi}$ $T = \frac{2\pi}{\omega}$

num giri $= \theta / 2\pi$

VELOCITÀ ANGOLARE → ω → come viene percorso l'angolo (non lo spazio) → $\omega = V/R$ → $d\theta/dt$

ACCELERAZIONE ANGOLARE → α → Variazione velocità angolare nel tempo → $\alpha = \frac{a_T}{R}$ → $\alpha = \frac{d\omega}{dt}$

$\vec{r}(t) = \vec{r}x(t) + \vec{r}y(t) + \vec{r}z(t)$

$\vec{V}(t) = \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{V}_x + \vec{V}_y + \vec{V}_z$

$\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{a}_x + \vec{a}_y + \vec{a}_z$

FORZE:

DINAMICA DEL PUNTO MATERIALE (Forza = N)

Vengono analizzate le cause che danno origine al moto. Leggi di Newton

I) Se il corpo è fermo $V = 0$ oppure $v = costante$, la somma delle forze (forza peso e reazione vincolare) è uguale a 0

II) $\vec{F} = m\vec{a}$ $\vec{a} = \vec{F}/m$ $\vec{F} = 0 \Rightarrow \vec{a} = 0$ (I principio della dinamica).

$\begin{cases} F_x = m \cdot \vec{a}_x \\ F_y = m \cdot \vec{a}_y \\ F_z = m \cdot \vec{a}_z \end{cases}$ È valido se l'osservatore è un sistema di riferimento inerziale (è fermo $v = 0$ o si muove di MRU $v = cost$)

III) $\vec{F}_A = -\vec{F}_B$ (Principio di azione e reazione)

QUANTITÀ DI MOTO = $\vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow m\frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}(\underbrace{m \cdot \vec{V}}_{P}) = \frac{d\vec{P}}{dt} = \vec{F}$ $d\vec{p} = \vec{F}dt$

$P = m \cdot \vec{v}$

$\Delta\vec{p} = \vec{F}(t)dt$ $\Delta\vec{p} = \vec{J} = \int_{t_0}^{t} F(t)\,dt$ → FORZA IMPULSIVA

SOVRAPPOSIZIONE DEGLI EFFETTI → $\vec{a} = \vec{F}/m$ $\vec{a} = \sum_{i=1}^{m} \frac{\vec{F}_i}{m} = \frac{\text{Risultante delle forze}}{m} = \frac{\vec{R}}{m} = \frac{\vec{F}_{TOT}}{m}$

La risultante delle forze (forze totali) è uguale a 0.

$\vec{a}_T = \frac{dv}{dt}\hat{u}_r$ $\vec{F}_T = m \cdot \vec{a}_T = m\frac{dv}{dt}\hat{u}_T$ modifica il modulo di v (accelera o decelera)

$\vec{a}_N = V^2/Raggio = V \cdot R \cdot \omega \Rightarrow \frac{\omega^2 R^2}{R}\hat{u}_N$ $\vec{F}_N = m \cdot \vec{a}_N$ forza centripeta, curva verso il centro

FORZA PESO → $F_p = \underbrace{G\frac{m_1}{r^2}}_{cost = \vec{g}} m_2 = \vec{g} \cdot m_2$

REAZIONE VINCOLARE → limita il moto di un corpo | È sempre perpendicolare al piano.

Se il corpo è fermo $N = mg$ $\vec{F}_{TOT} = m \cdot \underbrace{\vec{a}}_{a=0} + N = 0$

Se il corpo è in movimento → $N = mg + ma$ se $\vec{a}\downarrow$ $N = mg - m|a|$, se $\vec{a}\uparrow$ $N = mg + m|a|$

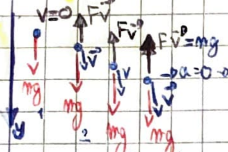
$F_{centripeta} = \vec{N}$ $\vec{a}_N = \frac{\vec{N}}{m}$ $\vec{N} = m \cdot \vec{a}$

FORZA ATTRITO RADENTE: $\vec{F}_{ATT} = \mu N$ $\mu \to$ coefficiente d'attrito (dipende dalle superfici)

$F_{ATT\,STATICO} = \mu_S N$ $F_{ATT\,DINAMICO} = \mu_D N$ $N = m\vec{g}$ $\mu_S > \mu_D$ C'è più attrito se il corpo è fermo

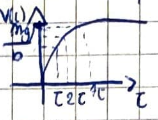
$\uparrow$ Lo si adatta fino al suo valore massimo (μN) in modo che $\vec{F}_{TOT} = 0$

FORZA ATTRITO VISCOSO: Più la velocità cresce, più cresce l'attrito. Quando la $a=0$, la velocità non cresce più e quindi neanche l'attrito si modifica. $F_{\vec{V}}$ cresce ad ogni passo, anche la v cresce finché non raggiunge la velocità di regime o velocità asintotica



$F_V = -\vec{v}b \to$ coefficiente che dipende dal fluido.

$$v(t) = \frac{mg}{b} \cdot \left(1 - e^{-\frac{b}{m}t}\right)$$

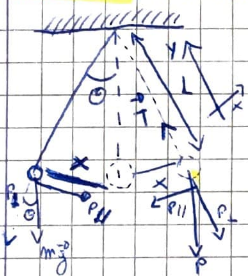


$v(t) = mg - bv = ma = mg - bv = m\frac{dv}{dt}$

$v(t) = \int_{v_0}^{v} \frac{dv}{mg-b} = \int_{t_0}^{t} \frac{dt}{m}$

PENDOLO $\to$ si muove di moto armonico, l'oscillazione NON dipende dalla massa

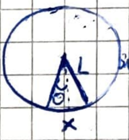
Il pendolo percorre un arco di circonferenza



$P_\perp = mg\cos\theta$ $\alpha = \frac{a}{l}$

$P_{//} = mg\sin\theta = ma$ (è in movimento lungo l'asse x)

$-\cancel{m}g\sin\theta = \cancel{m}a \Rightarrow -g\sin\theta = a \Rightarrow -g\frac{x}{l} = a$ ACC



$x = L\cdot\theta$

$\sin\theta = \frac{x}{L}$

Essendo moto armonico $a = -\omega^2 x$

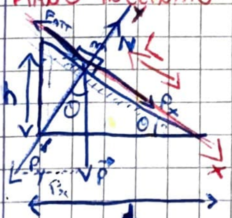
$-g\frac{x}{l} = -\omega^2 x = \frac{g}{l} = \omega^2 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$] PULSAZIONE $V = \omega R$

Per il periodo $T = \frac{2\pi}{\omega} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{g}{l}} \Rightarrow \frac{T}{2\pi} = \sqrt{\frac{l}{g}} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$] PULSAZIONE

$\theta(t) = \theta_{max}\sin(\omega t + \varphi)$] come si muove il pendolo nel tempo $V = \sqrt{2gh}$] VELOCITÀ

$h = l - l\cos\theta$] ALTEZZA

PIANO INCLINATO



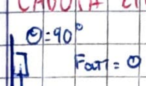
P: forza peso $= mg$ $P_x = mg\cdot\sin\theta\,\hat{u}_x$ $P_y = mg\cos\theta\,\hat{u}_y$ $F_{att} = \mu\cdot N$ $N = -P_y$

$X \to$ MRUA $\to m\vec{a}_x = \vec{P}_x - F_{att} \Rightarrow \cancel{m}g\sin\theta\,\cancel{\hat{u}_x} - \mu\cancel{m}g\cos\theta\,\hat{u}_x = \cancel{m}\vec{a}_x\,\cancel{\hat{u}_x} \Rightarrow \vec{a}_x = (g\sin\theta - \mu g\cos\theta)$

$\tan\theta > \mu_S$] per far sì che il corpo si muova.

$d = \frac{h}{\sin\theta}$] distanza $\sin\theta = \frac{h}{l}$

CADUTA LIBERA



$\vec{a}_x = g$

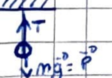
$g\sin 1 - \underbrace{\mu g\cos\theta}_{0} = \vec{g}$

TENSIONE NEI FILI IDEALI $\to$ filo inestensibile (lunghezza costante, non si allunga o deforma)

dm $\to$ elemento infinitesimo di filo, di massa dm e tensione dx

CONDIZIONE DI QUIETE (EQUILIBRIO STATICO) $\vec{R} = 0$ $-F_{sx} + F_{dx} = 0$

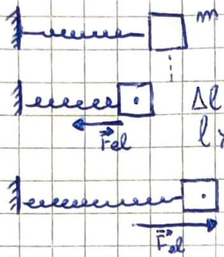
$\vec{a}_x\,dm = \vec{R}_x = 0 - \vec{F}_{esterna} + \vec{T}$ $\vec{T} = -\vec{F}_{esterna}$ T: tensione filo, reazione vincolare



$m\vec{a} = \vec{P} + \vec{T} = 0$ (condizione di quiete) nel filo reale avremo una tensione di rottura $= T_{max}$ prima che il filo si rompa

$T_{sx} = T_{Dx}$ $dm\vec{a} = \vec{F}_{sx} + \vec{F}_{dx} = 0$ $\vec{F}_{sx} = -\vec{F}_{Dx} \Rightarrow |\vec{F}_s| = |\vec{F}_d| = |\vec{T}|$ Il filo è TESO, tutti i punti del filo esercitano la stessa forza sui punti accanto.

FORZA ELASTICA (FORZA DI RICHIAMO) $\Rightarrow \vec{F}_{el} = -K\Delta l = -K(l - l_0)$ K = costante elastica | l_0 = lunghezza a riposo



La molla continua a rimbalzare tra l'allungamento e la compressione. Si comporta come il pendolo (moto armonico)

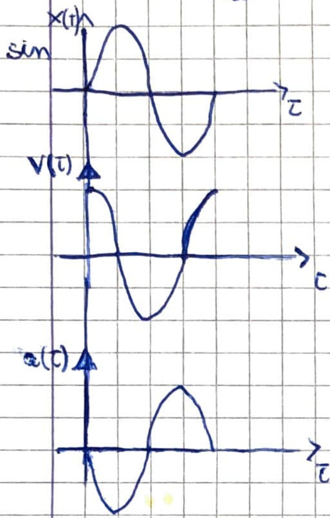
$\Delta l > 0$
$l > l_0$
(FORZA DI RICHIAMO) $\}\ -\hat{u}_x$

$\Delta l < 0$
$l < l_0$
(FORZA DI ALLUNGAMENTO) $\}\ +\hat{u}_x$

PULSAZIONE $\Rightarrow \omega = \sqrt{K/m}$

LEGGE ORARIA $\Rightarrow x(t) = L_{max} \sin(\omega t + \varphi_0)$ (ω: PULSAZIONE, φ_0: FASE INIZIALE)

φ_0 = ci dice qual è la condizione iniziale del moto. Se $\varphi_0 = 0$, la molla è a riposo, altrimenti se $\varphi_0 = \frac{\pi}{2}$ la molla è in allungamento.



$x(t) = L_{max} \sin(\omega t + \varphi_0)$
$x(t)$ = ha fase 0

$v(t) = \frac{dx(t)}{dt} = \frac{d}{dt}\left[L_{max} \sin(\omega t + \varphi_0)\right] = L_{max} \cos(\omega t + \varphi_0) \cdot \omega$

$d(\sin(\omega t + \varphi_0))$ $\quad d(\omega t + \varphi_0) = \omega$, cost

$v(t) \propto \cos(\omega t + \varphi_0)$ è sfasata di $90°$ verso sinistra $(\omega t \oplus \varphi_0)$

$a(t) = \frac{dv(t)}{dt} = \frac{d}{dt}\left[L_{max} \cos(\omega t + \varphi_0)\right] = -\omega^2 L_{max} \sin(\omega t + \varphi_0)$

$d(\omega t + \varphi_0) = \omega$

$a(t) \propto -\sin(\omega t + \varphi_0)$ sfasata di $180°$

ENERGIA $\rightarrow$ proprietà di un sistema di compiere un lavoro.

LAVORO DI UNA FORZA $\rightarrow$ Energia scambiata tra due sistemi quando avviene uno spostamento attraverso l'azione di una forza

Non può essere < 0

Componente di $\vec{F}$ lungo la traiettoria (modifica il modulo di V) (componente tangenziale)

W = Lavoro = $dW = dL \triangleq \vec{F} \cdot (d\vec{s}\,\hat{u}_T) \rightarrow \vec{F}_T \cdot (d\vec{s}\,\hat{u}_T) + \underbrace{F_N (ds\,\hat{u}_N)}_{0} \Rightarrow \vec{F}_T\, ds\, \underbrace{\hat{u}_T \cdot \hat{u}_T}_{|1|\cdot|1|\cdot\cos 0 = 1} = \vec{F}_T \cdot ds$

LAVORO INFINITESIMO $\rightarrow dW = \vec{F}\, ds = F_T \cdot ds = F \cos\theta \cdot ds$

LAVORO FINITO $\rightarrow dW = W = \int_A^B dW = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{s}$

SOVRAPPOSIZIONE EFFETTI $\rightarrow W_{AB} = \int (\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n) \cdot d\vec{s} = \underbrace{\int \vec{F}_1 \cdot d\vec{s}}_{W_1} + \underbrace{\int \vec{F}_2 \cdot d\vec{s}}_{W_2} + \dots = \sum_{i=1}^{n} W_i$

UNITÀ DI MISURA $\Rightarrow dW = \vec{F} \cdot d\vec{s} = (N) \cdot (m) \Rightarrow [W] = (Nm) = $ Joule

POTENZA $\rightarrow$ lavoro compiuto nell'unità di tempo (quanto è grande il lavoro di una forza)

$P_{media} = \frac{W_{TOT}}{\Delta t} = \left(\frac{N \cdot m}{s}\right) = \left(\frac{J}{s}\right) = \text{Watt} = W$

$P_{ISTANTANEA} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{W}{\Delta t} = \frac{dW}{dt}$

$\Delta W = \cancel{W_2 - W_1}$ NO

$P = \frac{dW}{dt} = \frac{dE_K}{dt}$

$P \triangleq \frac{dW}{dt} = \frac{\vec{F} \cdot d\vec{s}}{dt} = \vec{F} \cdot \frac{d\vec{s}}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{V} = F_T \cdot V$] POTENZA

ENERGIA CINETICA : $dW = F_T \cdot ds = m\, a_T \cdot ds = m \frac{dv}{dt} \cdot \overbrace{ds}^{v} = m \cdot v \cdot dv$

$W = \int_A^B mv\,dv = m \int_A^B v\,dv = m \cdot \left[\frac{V^2}{2}\right]_A^B = \frac{1}{2} m v_B^2 - \frac{1}{2} m v_A^2 = E_{cin} = E_K$

$E_K = \frac{1}{2} m v^2$] ENERGIA CINETICA

$W = E_B - E_A = \frac{1}{2} m v_B^2 - \frac{1}{2} m v_A^2$ $\qquad W = \Delta E_K$] TEOREMA (DELL'E_K) DELLE FORZE VIVE

$E_K = \frac{P^2}{2m} = \frac{m^2 v^2}{2m} \rightarrow$ quantità di moto $= \frac{1}{2} m v^2$

$dP \xrightarrow{\text{integrale}} dW \xrightarrow{\text{integrale}} \Delta E_K$

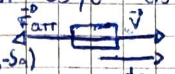
$\Delta E_K \xrightarrow{\text{derivata}} dW \xrightarrow{\text{derivata}} dP$

DISSIPATIVA

LAVORO DELLA FORZA D'ATTRITO (NON CONSERVATIVA) $\rightarrow$ Fa diminuire l'energia cinetica di un corpo.

LAVORO ATTRITO RADENTE $\rightarrow F_{ATT} = \mu|\vec{N}| \Rightarrow$ STATICO $\Rightarrow \vec{v} = 0 \Rightarrow d\vec{s} = 0 \Rightarrow dW = \vec{F}_{ATT} \cdot d\vec{s} = 0$ NON C'È LAVORO

$\Rightarrow$ DINAMICO $\Rightarrow \mu_D |\vec{N}|$ $\quad d\vec{s} \neq 0 \quad d\vec{s} \,//\, \vec{v} \quad dW = \underbrace{-\vec{F}_{ATT_D} \cdot ds}_{<0}$



$$\Delta E_K = W = \int_A^B -|\vec{F}_{ATT_D}| \cdot ds = \int_A^B -\mu_D |\vec{N}|\, ds = -\mu_D |\vec{N}| \cdot \int_A^B ds = -\mu_D |\vec{N}| \cdot (S_B - S_A)$$

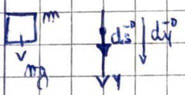
$$W_{\substack{ATTRITO\\RADENTE}} = -\mu_D |\vec{N}| \cdot (S_B - S_A)$$] LAVORO ATTRITO RADENTE

LAVORO ATTRITO VISCOSO $\rightarrow$ $\Delta E_K = W_{VISCOSO} = \int_A^B -\vec{F}_{\substack{ATT\\VISCOSO}}^{\,DINAMICO} \cdot ds = \int_A^B -bv\,\underbrace{ds}_{v(t)\cdot dt} = \int_A^B -bv^2(t)\, dt \quad < 0$

$$v(t) = v_{in} \cdot e^{-b/m\,t}$$

LAVORO DELLA FORZA PESO $\rightarrow$ $W_P = \int_A^B \vec{P} \cdot d\vec{s} = \vec{P} \cdot \vec{S}_{AB} = -mg\,\Delta z = -mg\,\underbrace{(z_A - z_B)}_{<0}$ $\quad >0$

CADUTA LIBERA



$\vec{P}_{//}\, d\vec{s}$ $\quad dW = \vec{P} \cdot d\vec{s} \Rightarrow \underbrace{P\,ds}_{>0} = \underbrace{dE_K}_{>0}$ $\quad P \cdot ds \cdot \cos 0 = P\,ds$

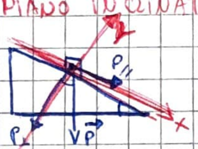
$$W = \int dW = \int P\,ds = \int P\,dy = \int_{y_{in}}^{y_{fin}} P\,dy = \int_{y_{in}}^{y_{fin}} mg\,dy = mg\,(y_{fin} - y_{in})$$

$W = mg\,\Delta y$

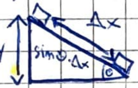
$\hookrightarrow >0$ (corpo cade) $W = \Delta E_K > 0$ V aumenta

$\hookrightarrow <0$ (corpo sale) $W = \Delta E_K < 0$ $|\vec{v}|$ diminuisce

PIANO INCLINATO $\rightarrow dW = \vec{P}_{//} \cdot ds$ $\quad P_\perp$ = non produce spostamento e quindi NON contribuisce al lavoro.



$W = \int dW = \int P_{//}\,dx = P_{//}\,\Delta x = mg\,\Delta x \sin\theta = mg\,\Delta y$] LAVORO $\quad \Delta y = \sin\theta \cdot \Delta x$



$v_{fin} = \sqrt{2g\,\Delta y}$ $\quad \frac{1}{2} m v_{fin}^2 - \frac{1}{2} m v_{in}^2 = \Delta E_K$

VELOCITÀ

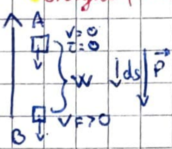
ENERGIA POTENZIALE $\Rightarrow W = mg\,\Delta z = mg\,(z_A - z_B) \Rightarrow -mg z_B - (-mg z_A) = -[mg z_B - mg z_A] = -(U_{P,B} - U_{P,A})$ $\quad$ z = quota

dipende solo dalla quota (stato) del corpo.

$mg z = U \stackrel{\Delta}{=} E_P = U(z) = E_P(z)$

energia potenziale della forza peso

$\boxed{W = \Delta E_K = -\Delta U_P}$ ENERGIA POTENZIALE



$E_K^A = \frac{1}{2} m v^2 = 0$ $\quad$ guadagno energia cinetica $\quad E_K^B = \frac{1}{2} m v_P^2 > 0$

guadagno ad opera del lavoro fatto dalla forza peso $\vec{P}$

$U_P^A = mg\,z_A > 0$ Sicuro in alto $\quad$ lo perdo energia potenziale $\quad U_P^B = mg\,z_B = 0$ $\quad z = 0$ (sicuro a Terra)

$$W_{TOT} = \Delta E_K = -\Delta U_P \Rightarrow E_K^B - \underbrace{E_K^A}_{=0} = -(U_P^B - \underbrace{U_P^A}_{=0}) \Rightarrow W_P = E_K^B = U_P^A$$

La forza peso si dice CONSERVATIVA, l'energia della massa m NON viene modificata dalla forza peso. L'energia potenziale (Ue dipende solo dalla quota), si trasforma in energia cinetica.

LAVORO FORZA ELASTICA $\rightarrow \vec{F}_{el} = -K(l - l_0)\hat{u} = -Kx\hat{u}_x$

$$W_{el} = \int_A^B \vec{F}_{el}\, d\vec{s} = \int_A^B -Kx\,\hat{u}_x \cdot \underbrace{dx\,\hat{u}_x}_{ds} = -K\int_A^B x\,dx\,\underbrace{\hat{u}_x \hat{u}_x}_{1} = -K\int_A^B x\,dx = -K\left[\frac{x^2}{2}\right]_A^B = -K\left(\frac{x_B^2}{2} - \frac{x_A^2}{2}\right)$$

Essendo una forza conservativa, il lavoro dipende solo da posizione iniziale e finale, non dal percorso.

ENERGIA POTENZIALE $U_{el} = K\frac{x^2}{2} \Rightarrow \frac{1}{2} K x^2$ $\quad$ ENERGIA CINETICA $= \frac{1}{2} m v^2$

LAVORO $= W_{el} = \frac{1}{2} K x_A^2 - \frac{1}{2} K x_B^2 = U_{el_A} - U_{el_B} = -\Delta U_{el}$ (lavoro di una forza conservativa)

ENERGIA MECCANICA $= E_M = E_K + U_p + U_{el} \ldots = E_K + U$ $\qquad W_p = E_K^{fin} - E_K^{in} = -(U_p^{fin} - U_p^{in})$

$E_M^{fin} = E_M^{in}$ $\qquad$ *ci possono essere diverse energie potenziali

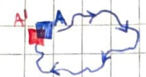
↳ essendo ad opera delle forze conservative (come forza peso, elastica) l'energia meccanica non cambia mai

$E_M^{fin} - E_M^{in} = 0 \Rightarrow \Delta E_M = 0$ (nel caso di forze conservative)

TEOREMA ENERGIA CINETICA $\rightarrow \Delta E_K = E_K^{FIN} - E_K^{IN} = \frac{1}{2} m v_{FIN}^2 - \frac{1}{2} m v_{IN}^2 = W_{TOT}$ (Tutte le forze in gioco)

Se ci sono delle forze che svolgono il lavoro, esse modificano l'energia cinetica

FORZE NON CONSERVATIVE → parto da A e ritorno in A' l'energia non è la stessa, in A' è minore



↳ ATTRITI → fa diminuire l'energia cinetica e non posso associare una "energia" ad ogni posizione spaziale

FORZE CONSERVATIVE → ~~...~~ Se il corpo ritorna nella posizione iniziale, l'energia cinetica si conserva. $U_{fin} - U_{in} = 0$

L'energia potenziale può essere definita solo con le forze conservative

↳ FORZA PESO, ELASTICA

$W_c = -\Delta U = (U_{in} - U_{fin}) = \Delta E_K \Rightarrow \Delta E_K + \Delta U = 0$

FORZE CONSERVATIVE + FORZE NON CONSERVATIVE

$\begin{cases} W_{TOT} = \Delta E_K & \text{Tutte le forze, teorema energia cinetica} \\ W_C = -\Delta U & \text{Solo per forze conservative} \end{cases}$

$W_{TOT} = \overset{-\Delta U}{W_c} + W_{nonc} = \Delta E_K$

$\underset{<0}{W_{nonc}} = \Delta E_K + \Delta U \Rightarrow \Delta E_{MECCANICA}$

FORZE $\qquad$ ENERGIA

FORZA PESO $\vec{P} = m\vec{g}$ $\quad$ CONSERVATIVA $\quad W = U = -mg\,\Delta y = mg(\Delta y_{IN} - \Delta y_{FIN})$ $\quad$ ~~$E_K = \frac{1}{2}mv^2$~~

ATTRITO $\vec{F} = \mu \vec{N}$ $\quad$ NON CONSERVATIVA $\quad W = \Delta E_K = -\mu_D |\vec{N}| \cdot (S_B - S_A)$ ← SPOSTAMENTO $\quad <0$

ATTRITO VISCOSO $\vec{F} = -\vec{v}b$ $\quad W = \int_A^B -bv^2(t)\,dt$ $\quad <0$

FORZA CENTRIPETA $F = m\omega^2 R$ $\quad$ FORZA CENTRIFUGA $\vec{F} = -m\omega^2 R$

FORZA ELASTICA $F = -K\Delta l = -K(l - l_0)$ $\quad$ CONSERVATIVA $\quad W = -\Delta U_{el} = (U_{el\,IN} - U_{el\,FIN}) = \frac{1}{2}Kx_{IN}^2 - \frac{1}{2}Kx_{FIN}^2$

FORZA CORIOLIS $F = 2\vec{\omega} \times \vec{v}\, m$ $\quad$ FORZA TRASCINAMENTO $= m(\vec{\alpha} \times \vec{r}) + \vec{\omega}(\vec{\omega} \times \vec{r})$

SDR ASSOLUTO → fermo, sdr RELATIVO → in movimento

CINEMATICA RELATIVA → Il punto di vista dell'osservatore influenza il fenomeno fisico stesso. Le leggi fisiche non dipendono dal sistema di riferimento. La descrizione dei fenomeni da sistemi di riferimento differenti, appare differente.

Nel caso il sistema relativo TRASLA → $v = \vec{v}' + \vec{v}_0$ (v' → velocità del punto osservato, misurata nel sdr RELATIVO)

Nel caso il sistema relativo RUOTA → $v = \vec{v}' + \vec{\omega} \times \vec{r}$ ($\vec{v}$ velocità del punto osservato, misurata nel sdr ASSOLUTO)

Nel caso trasla e ruota → $v = \vec{v}_0' + \vec{\omega} \times \vec{r} + \vec{v}'$ ($\vec{v}_0$ velocità di traslazione del sdr REL rispetto a sdr ASSOLUTO)

Velocità di trascinamento → $\vec{v} - \vec{v}' = V_{TRASCINAMENTO} = \vec{v}_0' + \vec{\omega} \times \vec{r}$ (esprime la differenza di velocità nei due sdr)

$\vec{r}'(t)$ → Posizione di P vista dal sistema di riferimento RELATIVA → $\vec{v}'(t)$

$\vec{r}(t)$ → Posizione di P vista dal sistema di riferimento ASSOLUTO → $\vec{v}(t)$

$\vec{r}_{OO'}$ → Posizione di O' rispetto ad O → $\vec{v}_{OO'}(t)$

TEOREMA VELOCITÀ RELATIVE → $\vec{v} = \vec{v}' + \vec{v}_0' + \vec{\omega} \times \vec{r}'$

TEOREMA ACCELERAZIONI RELATIVE → $\vec{a} = \vec{a}'(t) + \vec{a}_{0}' + \vec{\omega}(\vec{\omega} \times \vec{r}') + \vec{\alpha} + \vec{r}' + 2\vec{\omega} \times \vec{v}'$

accelerazione di trascinamento → $\vec{\alpha} \times \vec{r}' + \vec{\omega}(\vec{\omega} \times \vec{r}')$, dipendono solo dal moto del sdr RELATIVO

accelerazione di CORIOLIS → $2\vec{\omega} \times \vec{v}'$, c'è solo quando il corpo si muove rispetto a sdr RELATIVO che a sua volta deve ruotare

SISTEMA INERZIALE → si muove di moto rettilineo uniforme o è fermo ($v \neq 0$ o cost), non ha accelerazioni

FORZA APPARENTE → introdotta per descrivere il moto di un corpo osservato da un sistema di riferimento non inerziale. Essa è sempre opposta alla forza esterna.

↳ CORIOLIS → lanciando un corpo sulla terra, tenendo conto della rotazione Terrestre, esso ricadrà spostato verso est (POLO NORD) o verso OVEST (POLO SUD)