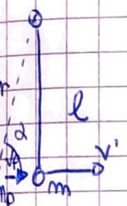
Sistema di punti

$L_{\text{tutte le forze}} = \Delta E_{cin}$

$$\underbrace{L_{cons,i}}_{-\Delta U_i} + \underbrace{L_{cons,e}}_{-\Delta U_e} + L_{nc,i} + L_{nc,e} = \Delta E_{cin}$$

$$L_{nc,i} + L_{nc,e} = \underbrace{\Delta E_{cin} + \Delta U_i + \Delta U_e}_{\Delta E_{TOT} = \Delta E_M}$$

Pendolo



Conservazione L_{TOT} rispetto ad O:

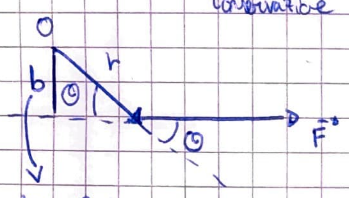
$L_p = m_p v_p \underbrace{r \sin\alpha}_{l} \Rightarrow L_p = m_p v_p l$ (prima dell'urto)

$L_p + L_m$ (urto completamente anelastico) $= (m + m_p) V' \Rightarrow$ ~~...~~ (dopo l'urto)

$\Rightarrow P_{prima} = P_{dopo} \rightarrow m_p v_p l = (m + m_p) v' l$

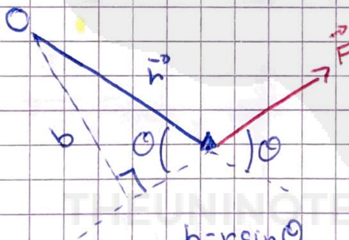
(urto elastico) $\rightarrow m_p v_p = m v' + m_p v_p'$

Conservazione $E_K = m_p v_p^2 = m v'^2 + m_p v_p'^2$



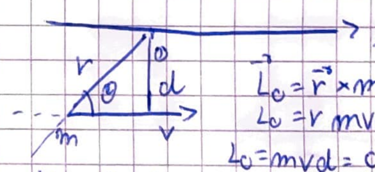
$r \sin\theta = b$

$\vec{M}_O = \vec{r} \times \vec{F}$ $\qquad M = rF\sin\theta = bF$



$b = r\sin\theta$
↑ braccio della forza

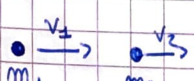
Momento angolare

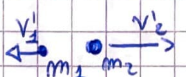


$r\sin\theta = d$

$\vec{L}_O = \vec{r} \times m\vec{v}$
$L_O = r\, mv\sin\theta$
$L_O = mvd = \text{cost}$

Urto elastico





Cons quantità di moto: $m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_1' + m_2 v_2'$

Cons $E_K = m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2 = m_1 v_1'^2 + m_2 v_2'^2 =$ ~~...~~

$$\begin{cases} m(v_1 - v_1') = m_2(v_2 - v_2') & \text{I} \\ m_1(v_1^2 - v_1'^2) = m_2(v_2^2 - v_2'^2) & \text{II} \end{cases}$$

semplificare

↓ dividendo la II / I $\rightarrow \dfrac{\cancel{m_1}\cancel{(v_1 - v_1')}(v_1 + v_1')}{\cancel{m_1}\cancel{(v_1 - v_1')}} = \dfrac{\cancel{m_2}\cancel{(v_2 - v_2')}(v_2 + v_2')}{\cancel{m_2}\cancel{(v_2 - v_2')}}$

$(v_1 + v_1') = (v_2 + v_2') \rightarrow \boxed{v_2' = v_1' + v_1 - v_2} \rightarrow$ la inserisco nell'eq di conservazione quantità di moto

↓

$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_1' + m_2 v_1' + m_2 v_1 - m_2 v_2 \Rightarrow$ ricavo v_1'

$$v_1' = \frac{m_1 v_1 - m_2 v_1 + 2 m_2 v_2}{m_1 + m_2} \Rightarrow \boxed{v_1' = \frac{v_1(m_1 - m_2) + 2 m_2 v_2}{m_1 + m_2}}$$

Se $V_2 = 0$ $\quad V'_1 = \dfrac{V_1(m_1 - m_2)}{m_1 + m_2}$

Se i corpi sono uguali, dopo l'urto i corpi si scambiano la velocità. Quello fermo prende la velocità del corpo in movimento e di conseguenza il corpo che era in movimento, si ferma.

Pendolo Composto

URTO COMPLETAMENTE ANELASTICO

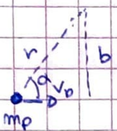
in O, Forze impulsive → forze interne che si manifestano al momento dell'urto.

reazioni vincolari → hanno momento = 0 nel punto O

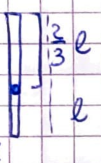
$\vec{M}_0^E = 0$ → conservazione L (~~vettore~~ momento angolare Totale), o

↳ il braccio è O, F·r·sin 180°

$|\vec{L}| = (L \perp$ al piano$)$



L prima dell'urto → $m_p V_p \cdot \underbrace{r \sin\alpha}_{\frac{2}{3}l \text{ (nel nostro caso)}} \Rightarrow m_p V_p \frac{2}{3} l$



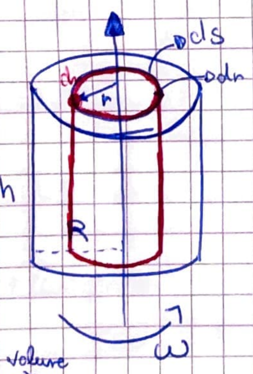
L dopo l'urto → $I\omega' = (I_{sbarra} + I_{proiettile})\omega' = \left(\frac{1}{3}Ml^2 + \left(m_p\left(\frac{2}{3}l\right)^2\right)\right)\cdot\omega'$

$V'_p = \omega' \cdot \frac{2}{3} l$

L prima = L dopo ⇒ $m_p V_p \frac{2}{3} \cancel{l} = \left(\frac{1}{3}M + \frac{4}{9}m_p\right) l^{\cancel{2}} \omega'$

$$\omega' = \frac{m_p V_p \frac{2}{\cancel{3}}}{\frac{3M + 4m_p}{\cancel{9}_3} l} \Rightarrow \boxed{\omega' = \frac{6 m_p V_p}{(3M + 4m_p) l}}$$

Cilindro



$d\vec{L} = dm\, \vec{r} \times \vec{v} \to dL = (dm) r v$ * → $v = \omega r$

$dm = \underset{\uparrow}{dV} \cdot \underset{\text{densità}}{\rho} \to dm = \frac{m}{\cancel{\pi} R^2 \cancel{h}} \cdot 2\cancel{\pi} r\, dr\, \cancel{h}$

Volume

$dV = ds \cdot h$

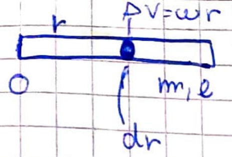
$ds = 2\pi r \cdot dr\, h$

corona circolare — spessore guscio

*$L = \int \frac{2 m r\, dr\, \cancel{h}\, r \cdot \omega r}{R^2 \cancel{h}}$ ($\omega r = v$) $\to L = \frac{2m\omega}{R^2}\int_0^R r^3 dr \Rightarrow L = \frac{2m\omega}{R^2} \cdot \frac{R^4}{4} \Rightarrow L = \underbrace{\frac{1}{2} m R^2}_{I} \omega$

$L = I\omega$

$V = \omega r$



$$dL = dm\, r\, v = \frac{m}{l} dr\, r \omega r = \frac{m r^2 \omega}{l} dr$$

$$L_0 = \frac{m\omega}{l} \cdot \int_0^l r^2 dr \Rightarrow L_0 = \frac{m l^3}{3 l} \omega$$

$$L_0 = \underbrace{\boxed{\frac{1}{3} m l^2}}_{I_0} \omega = I_0 \omega$$

CORPO RIGIDO → non si considera la risultante delle forze interne e non compie lavoro. Sono sempre uguali a coppia.

TRASLAZIONE

↓

moto del centro di massa

↓

m

$\vec{v}$

$\vec{a}$

$F \rightarrow \vec{R}^E \rightarrow m \cdot a_{cm}$

$\quad \hookrightarrow dp/dt$

$E_K = \frac{1}{2} m v_{cm}^2$

Se $\vec{R}^E = 0 \Rightarrow \vec{P} = cost$ ⇒ si conserva

$\vec{P} = m \cdot \vec{V}_{cm}$

→ cm si muove di MRU

ROTAZIONE

↓

attorno al centro di massa.

↓

I

ω

$\alpha \rightarrow d\omega/dt \rightarrow \frac{a_T}{R}$

$\vec{M}_F^e \rightarrow \vec{M}^e = I \cdot \alpha$

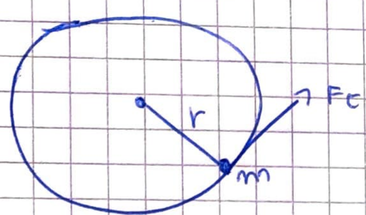
$\quad \hookrightarrow dL'_{TOT}/dt$ → momento angolare rispetto a cm

$E_K = \frac{1}{2} I \omega^2$

Se cm ruota attorno a un punto O

$$\vec{M}^e = \frac{d(\vec{L}_{cm} + L')}{dt}$$

$\rightarrow L = I\omega$

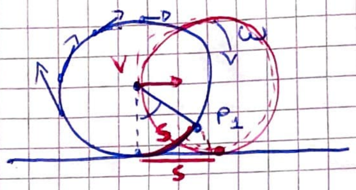


$M = r F_t = r m a_t \qquad a_t = \alpha r$

$M = \underbrace{m r^2}_{I} \alpha = I \alpha$

$L = m \omega r^2 = I \omega$

MOTO DI ROTOLAMENTO SENZA STRISCIAMENTO



$V_{P_1} = \omega R$ (come tutti gli altri punti)

$S = V_{P_1} \cdot \tau$

$V_{CM} = V_{P_1} = \omega R$

$$E_{cin} = \frac{1}{2} m V_{CM}^2 + \frac{1}{2} I_c \omega^2$$

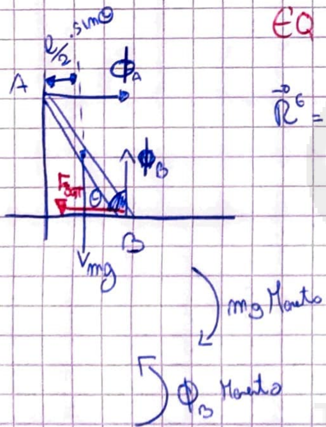
ruota o disco: $I_c = \frac{1}{2} \cancel{M} M R^2$

$$E_K = \frac{1}{2} m \underbrace{V_{CM}^2} + \frac{1}{2} M \underbrace{\omega^2 R^2} = \frac{3}{4} m \omega^2 R^2$$

sono uguali

Se c'è strisciamento, $V_{CM} \neq \omega \cdot R$

EQ CARDINALI



$F_a = \leq \mu_s \Phi_B$

$\Phi_A, \Phi_B = N$

$\vec{R}^e = R^e_x = \Phi_A - F_a$

$R^e_y = \Phi_B - mg$

$M_A = mg \cdot \frac{l}{2} \sin\Theta + \Phi_B \cdot l \sin\Theta - F_a\, l \sin\Theta$

$M_B = mg\, \frac{l}{2} \sin\Theta - \Phi_A \cdot l \sin\Theta$