

17/11/2020

martedì 17 novembre 2020 08:06

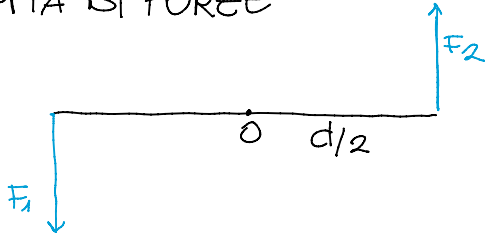
### IL MOMENTO DELLA FORZA

↳ è una definizione usata dato un vettore la cui coda è individuata da O (polo)

$$\vec{M}_O = \vec{r} \times \vec{F} = rF \sin \alpha$$

Prodotto vettoriale è anticommutativo  
prodotto nullo quando i vettori sono //

### COPPIA DI FORZE

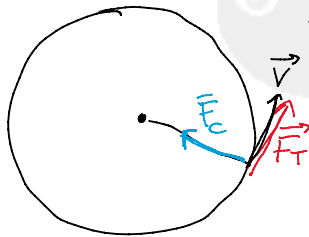


F//, opposte e con lo stesso modulo

$$M = F_1 \frac{d}{2} \sin \alpha + F_2 \frac{d}{2} \sin \alpha = Fd \sin \alpha$$

M=0 quando le forze sono centrali

- es. forze centripete
- es. forze dirette verso il centro del campo
- es. elastica



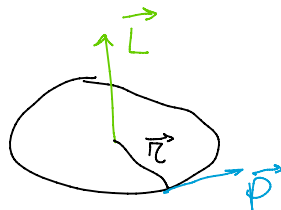
Momento è implicato nelle rotazioni:



il Momento della forza produce velocità angolare più sotto vicino al cardine più ridotto il momento

### MOMENTO ANGOLARE di $\vec{P}$

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$$



il CM descrive un moto traslatorio rigido  
 tutti i punti si muovono con la stessa velocità  
 => per descrivere il moto ho bisogno del

$\Rightarrow$  per descrivere il moto <sup>movimento con la stessa velocità</sup> ho bisogno del momento angolare di  $\vec{p}$

I vettori  $\vec{r}$  e  $\vec{p}$  sono  $\perp \Rightarrow L = mvr$

Se su  $m$  agisce  $F_T \Rightarrow M_F = r \times F_c = 0$

$$M_F = r \times F_T$$

per la 2° legge della dinamica

$$F_c = ma_T \rightarrow r \times F_T = r \times ma_T$$

$$M_a \quad a_T = \frac{dv}{dt} \Rightarrow r \times F_T = r \times m \frac{dv}{dt}$$

essendo  $m$  costante  $m \frac{dv}{dt} = \frac{d(mv)}{dt}$

$$r \times F_T = r \times \frac{dp}{dt} \quad r \text{ costante e } r \times p = L$$

$$M_F = \frac{dL}{dt} \rightsquigarrow \text{si può dimostrare che vale vettorialmente}$$

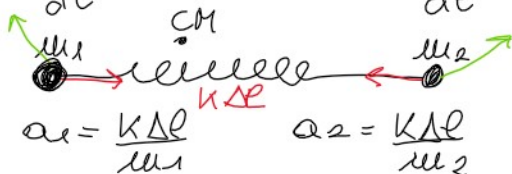
$M_F$  e  $L$  sono paralleli solo se sono applicati in un punto fisso

$$\vec{F} = m\vec{a} \rightarrow \vec{F} \frac{d\vec{p}}{dt}$$

$$\vec{M}_F = \frac{d\vec{L}}{dt} \quad \text{applicabili sui punti materiali e sui corpi rigidi}$$

SISTEMA DI PUNTI

$$\vec{R}^e = \frac{d\vec{P}_{TOT}}{dt} \quad \vec{M}^e = \frac{d\vec{L}_{TOT}}{dt}$$



CM sta fermo perché i punti sono collegati solo da forze interne

$\Rightarrow$  avrò solo  $R^e$  e  $M^e$

$$\vec{P}_{TOT} = \sum_{i=1}^N \vec{p}_i = \int_{\text{corpo}} d\vec{p}$$

$$\vec{L}_{TOT} = \sum_{i=1}^N \vec{L}_i = \int_{\text{corpo}} d\vec{L}$$

### MOMENTO D'INERZIA

$\hookrightarrow$  collegato alla massa

$$L = mvr$$

$$L = m\omega r^2$$

$$v = \omega r$$

$$L = m \omega r^2$$

il momento d'inerzia è una quantità scalare  $I = m r^2$

SISTEMA di PUNTI

$$I = \sum m_i r_i^2$$

CORPO RIGIDO

$$I = \int dm r^2$$

⇒ nel caso della rotazione attorno a un'asse fisso

TRASLAZIONI

$m$

$v$

$$p = mv$$

$$F = ma$$

$$E_k = \frac{1}{2} mv^2$$

$a$

$$F = \frac{dp}{dt}$$

$$r^e = \frac{d p_{rot}}{dt}$$

ROTAZIONI

$$I = m r^2$$

$\omega$

$$L = r \times p$$

$$M_F = r \times F$$

$$E_k = \frac{1}{2} I \omega^2$$

$\alpha$

$$M_F = I \alpha$$

$$M^e = \frac{dL_{rot}}{dt}$$

UNITA' di MISURA: (SI)

$$M_F \rightarrow N \cdot m$$

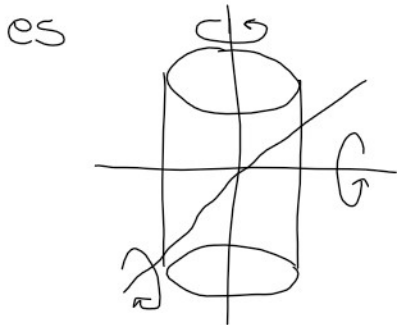
$$L \rightarrow N \cdot m \cdot s = J \cdot s$$

$$I \rightarrow kg \cdot m^2$$

CORPO RIGIDO → sistemi in cui il lavoro delle forze interne è nullo  
 ↳ si può trovare il centro di massa

PUNTO MATERIALE ha 3 gradi di libertà che corrispondono a un moto di traslazione

CORPO RIGIDO ha 3 gradi di libertà (traslazione) e 3 gradi di libertà (rotazione)



IN TERMODINAMICA si studiano i gradi di libertà delle molecole

es.  $\longrightarrow$  5 gradi di libertà

$\square$  gradi di libertà  $\rightarrow$  N° minimo di coordinate per descrivere il moto

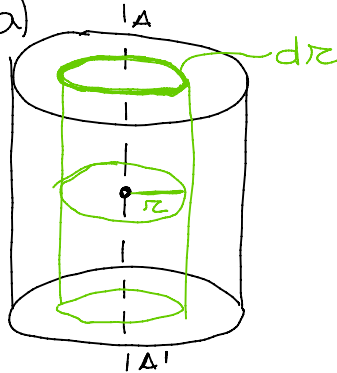
Momento d'inerzia per un corpo esteso rigido

es. cilindro  $R, h, M$  (massa)

$I$  rispetto  $AA'$

$$I = \int dm r^2$$

guscio cilindrico  
infinitesimo di  
massa  $dm$  a  
distanza  $r$  e  
spessore  $dr$



densità uniforme  $\rho = \frac{M}{V}$  ( $\frac{\text{massa}}{\text{volume}}$ )

$$dm = \rho dV$$

$dV \rightarrow$  volume infinitesimo

$$dV = dS \cdot h$$
$$dV = 2\pi r dr \cdot h$$

$$dm = \rho 2\pi r dr h$$

$$I = \int dm r^2 = \int \rho 2\pi r dr h r^2 =$$

$$= 2\pi \rho h \cdot \int_0^R r^3 dr =$$

$$= \frac{2\pi M}{\pi R^2 h} \cdot h \frac{R^4}{4} = \frac{1}{2} MR^2$$

$$\Rightarrow I = \frac{1}{2} MR^2$$

$I = MR^2$  se avessi avuto un anello

