10/11/2020

martedì 10 novembre 2020 08:06

TEOREMA dell'energia cinetica (SISTEMA di PUNTI)

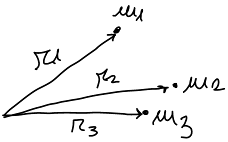
per il singolo punto materiale

$E_k = \frac{1}{2} m v^2$ (dalla def. di lavoro)

$\Delta E_K = L_{TOT} = L_C + L_{NC}$

per più punti

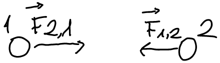
$E_K = \frac{1}{2} m_i v_i^2$ (quello che mi aspetto)

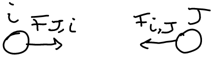


$dL_i = F_i \cdot d\vec{r}_i$

$= \underbrace{F_i^I}_{} \cdot d\vec{r}_i + F_i^E \cdot d\vec{r}_i$

agiscono a coppie di F uguali e opposte



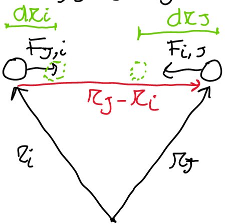


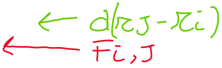
$$dL_i = \underbrace{F_i^I \cdot d\vec{r}_i}_{dL_i^I} + \underbrace{F_i^E \cdot d\vec{r}_i}_{dL_i^E}$$

Si calcola il lavoro "complessivo" della forza $F_{i,j}$ o $F_{j,i}$

$$dL_i^I = F_{i,j} \cdot d\vec{r}_j + F_{j,i} \cdot d\vec{r}_i = F_{i,j} \cdot d\vec{r}_j - F_{i,j} \cdot d\vec{r}_i =$$

$$= F_{i,J}\cdot(d\vec{r}_J - d\vec{r}_i) = F_{i,J}\cdot d(\vec{r}_J - \vec{r}_i)$$





NON si ottiene L nullo

$F^I = a^I_{CM} = 0 = \frac{\sum_i \vec{F}_i^I}{m}$ le coppie di forze si annullano tutte

$dL^I \neq 0 \Rightarrow \vec{F}_i^I$ fanno lavoro

=> TEOREMA dell'energia cinetica per i sistemi di punti materiali

$$L = L^E + L^I = \Delta E_K = \underbrace{\sum_{i=1}^{N} \frac{1}{2} m_i v_{i,fin}^2}_{E_{Kf}} - \underbrace{\sum_{i=1}^{N} \frac{1}{2} m_i v_{i,in}^2}_{E_{Ki}}$$

L^E [cons
non cons

L^I [cons
non cons

$$\Delta E_K = L_{TOT} = L_C + \underbrace{L_{NC}}_{-\Delta U}$$

$$\Delta E_K \underbrace{+\Delta U} = \Delta E_M = L_C = L_C^I + L_C^E$$

$L_C^I = -\Delta U^I$

$L_C^E = -\Delta U^E$

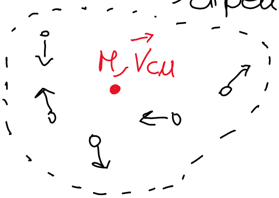
$$\boxed{\Delta E_K + \Delta U^I + \Delta U^E = \Delta E_M = L_{NC}^I + L_{NC}^E}$$

TEOREMA dell'energia meccanica

TEOREMA di KÖNING per Ek (II TEO)

$$E_k = \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{2} m_i \underline{\underline{v_i}}^2 + \text{cost}$$

↳ dipende dall'osservatore



moto del CM

moto dei singoli corpi rispetto al CM

$$E_k = \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{2} m_i \left(\vec{v}_i' + \vec{V}_{CM}\right)^2$$

↳ velocità di i nel SdR del CM

$$\sum_{i=1}^{N} \frac{1}{2} m_i \left(\vec{v}_i' + \vec{V}_{CM}\right) \cdot \left(\vec{v}_i' + \vec{V}_{CM}\right) =$$

$$= \sum_{i=1}^{N} \left[\frac{1}{2} m_i v_i'^2 + \frac{1}{2} m_i V_{CM}^2 + \underbrace{m_i \vec{v}_i' \cdot \vec{V}_{CM}} \right]$$

$$\left(\sum_{i=1}^{N} m_i \vec{v}_i' \right) \cdot \vec{V}_{CM} = 0 \cdot \vec{V}_{CM} = 0$$

$$\sum_{i=1}^{N} \frac{m_i v_i}{M} - \vec{V}_{CM} = 0$$

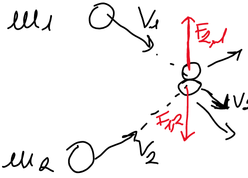
$$E_k = E_k' + \frac{1}{2} \underbrace{\sum_{i=1}^{N} m_i}_{M} V_{CM}^2 = E_k' + \frac{1}{2} M V_{CM}^2$$

$$\boxed{E_k = E_k' + E_{k,CM}}$$

↓

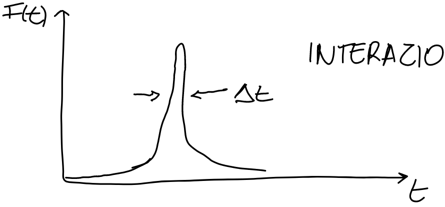
E_k dei singoli punti

URTI



l'interazione
↳ modifica le velocità

le due forze sono forze interne



INTERAZIONE IMPULSIVA

Assenza di forze esterne impulsive

$\Rightarrow F^I >> F^E \Rightarrow F^E$ posso trascurarle o $R^E = 0$

$\Rightarrow$ si conserva la quantità di moto del sistema

$$\vec{P}_{IN} = \vec{P}_{FIN}$$

$$m_1 \vec{V}_{1i} + m_2 \vec{V}_{2i} = m_1 \vec{V}_{1f} + m_2 \vec{V}_{2f}$$

- 1 eq. $\Rightarrow$ posso ricavare 1 sola incognita
- vale per qualsiasi urto con $F^E = 0$ impulsive
- $\vec{P}_{CM} = M \vec{V}_{CM} = (m_1 + m_2) \vec{V}_{CM} = \text{cost.}$
  $= \vec{P}_{in} = \vec{P}_f$
- p dei singoli punti cambia per via dell'azione delle f interne impulsive

$$\Delta p_1 = m_1 \vec{v}_{1f} - m_1 \vec{v}_{1i} = \vec{J}_1 = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}_{2,1} \, dt$$

$$\Delta p_2 = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}_{1,2} \, dt$$

$$\Delta P_{CM} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{R}^E \, dt = \vec{J}_{CM} \cong \vec{R}^E \Delta t$$

URTO ANELASTICO (COMPLETAMENTE)

↳ i corpi rimangono attaccati dopo l'urto

$$V_{CM} = \frac{m_1 V_1 + m_2 V_2}{m_1 + m_2}$$

COSA SI CONSERVA?

- p
- NON si conserva E_K

$$m_1 \vec{V}_{1i} + m_2 \vec{V}_{2i} = (m_1 + m_2)\vec{V}_{CM} = (m_1 + m_2)\vec{V}_f$$

$$v_f = \frac{m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i}}{m_1 + m_2}$$

$$E_K = \frac{1}{2} m_1 v_{1i}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2i}^2 = E_K' + \frac{1}{2}(m_1 + m_2) V_{CM}^2$$

$$E_{K,f} = \frac{1}{2}(m_1 + m_2) v_f^2 = \frac{1}{2}(m_1 + m_2) V_{CM}^2$$

$E_{Ki} > E_{Kf}$ $\qquad \Delta E_K = E_K' < 0$

⇒ perdo energia

URTO ELASTICO

def si conserva p e E_K

$$\begin{cases} P_{in} = P_{fin} = P_{CM} \\ E_{Ki} = E_{Kf} \end{cases}$$

2 eq. ⇒ 2 incognite