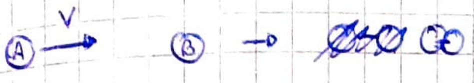
URTI



$F = \frac{dp}{dt}$ impulso

$p = m \cdot v$ quantità di moto

Se non agiscono forze esterne, la quantità di moto si conserva $p^{i}_{TOT} = p^{F}_{TOT}$

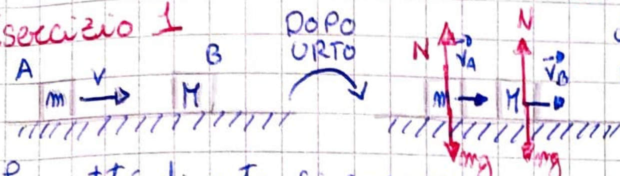
SE URTO ELASTICO $\rightarrow E^{i}_{TOT\,K} = E^{f}_{TOT\,K}$ (Si conserva l'energia cinetica)

SE URTO ANELASTICO $\rightarrow E^{i}_{TOT\,K} \neq E^{f}_{TOT\,K}$ (Perdono energia $\rightarrow$ che verrà trasformata in altro)

↳ COMPLETAMENTE ANELASTICO (le due masse rimangono attaccate e continuano il loro percorso insieme)

URTO ELASTICO

Esercizio 1



dopo l'urto hanno due velocità indefinite, non sappiamo ~~come~~ ~~se~~ come sono. Presupponiamo che siano nello stesso verso

La quantità di moto si conserva.

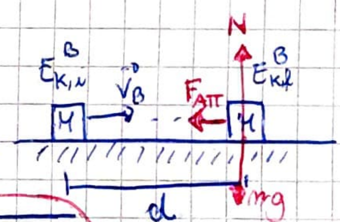
$M = ?$
$v_A = ?$ INCOGNITE

$\underbrace{m \cdot \vec{v}}_{P = \text{prima dell'urto}} = m\vec{v}_A + M\vec{v}_B \Rightarrow v = \left(v_A + \frac{M}{m} v_B\right)$ °

L'urto è elastico, si conserva l'energia cinetica

$\frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m v_A^2 + \frac{1}{2} M v_B^2$ *

$E^{B}_{K,i} = \frac{1}{2} m v_B^2$ $\quad E^{B}_{K,f} = 0$ * Prima dell'urto il corpo era fermo. Poi si muove con velocità v_B e a causa dell'attrito si ferma



$E^{B}_{K,f} - E^{B}_{K,i} = -Mg\mu_0 \cdot d \Rightarrow -\frac{1}{2} M v_B^2 = -Mg\mu_0 \cdot d \Rightarrow v_B = \sqrt{2\mu_0 g d}$ +
(Lavoro attrito)

Sostituiamo la v° nell' eq. dell'energia cinetica *

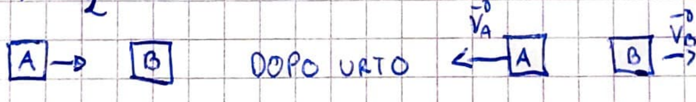
$\frac{1}{2} m\left(v_A + \frac{M}{m} v_B\right)^2 = \frac{1}{2} m v_A^2 + \frac{1}{2} M v_B^2 \xrightarrow{\text{dopo i calcoli}} v_A = \left(1 - \frac{M}{m}\right)\frac{v_B}{2}$ ≈

Mettiamo a sistema l'eq della quantità di moto e dell'energia cinetica

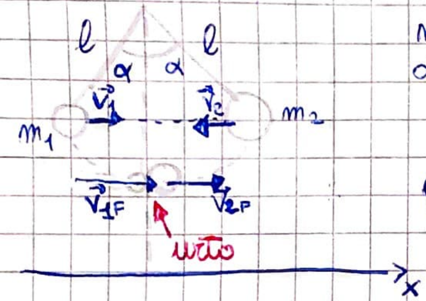
$\begin{cases} mv = m\overset{\approx}{v_A} + Mv_B \\ \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} m v_A^2 + \frac{1}{2} m v_B^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} mv = \left(\frac{m-M}{2}\right) v_B + M v_B^{+} \\ \cancel{\frac{1}{2}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} mv = \left(\frac{m-M}{2}\right)\sqrt{2\mu_0 g d} + M\sqrt{2\mu_0 g d} \\ \end{cases} \Rightarrow$

$\Rightarrow \begin{cases} 2mv = \sqrt{2\mu_0 g d}\,(m+M) \\ \end{cases} \Rightarrow M = \frac{2mv}{\sqrt{2\mu_0 g d}} - m = 216\ g \rightarrow M$

≈ $v_A = \left(1 - \frac{M}{m}\right)\frac{\sqrt{2g\mu_0 d}}{2} = -3,12\ m/s$ (il corpo A, dopo l'urto inverte il proprio moto)



ESERCIZIO 2 — URTO ELASTICO



$m_2 = 2m_1$ $\quad v_1 = v_2$
$\alpha = 8°$

presuppongo che le masse, dopo l'urto, vadano verso destra

$$\underbrace{m_1 v_1 - m_2 v_2}_{\text{prima dell'urto}} = \underbrace{m_1 v_{1F} + m_1 v_{2F}}_{\text{vanno verso destra}}$$

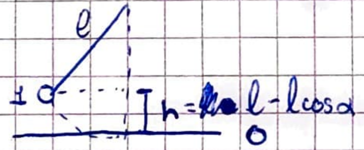
Conservazione quantità di moto

prima dell'urto una m va verso destra e l'altra a sinistra

$$\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} m_1 v_{1F}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2F}^2$$

Conservazione E_K

- CONSERVAZIONE ENERGIA



$$m_1 g l (1-\cos\alpha) = \frac{1}{2} m_1 v_1^2$$

ricavo la velocità v_1 prima dell'urto

$$v_1 = \sqrt{2gl(1-\cos\alpha)} = 0{,}44\ m/s = v_2$$

$$m_2 = 2m_1$$

$$\begin{cases} \cancel{m_1} v_1 - 2\cancel{m_1} v_1 = \cancel{m_1} v_{1F} + 2\cancel{m_1} v_{2F} \\ \frac{1}{2}\cancel{m_1} v_1^2 + \cancel{m_1} v_1^2 = \frac{1}{2}\cancel{m_1} v_{1F}^2 + \cancel{m_1} v_{2F}^2 \end{cases}$$

ricaviamo v_{1F}, lo sostituiamo nell'eq di sotto. RISOLVIAMO IL SISTEMA

↓

I risultati saranno $\cancel{\boxed{v_{1F} = v_1 \\ v_{2F} = -v_1}}$ NO (CONDIZIONE PRIMA DELL'URTO)

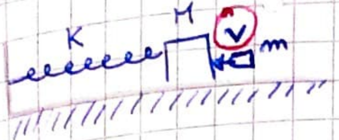
$v_{1F} = -\frac{5}{3} v_1$

$v_{2F} = \frac{1}{3} v_1$

v_{1F} sarà rivolta verso sinistra (perché è negativa)
v_{2F} verso destra.

SOLUZIONI: $v_{1F} = -\frac{5}{3} v_1$ $\quad v_{2F} = \frac{1}{3} v_1$

Esercizio 3



URTO COMPLETAMENTE ANELASTICO

Δl = max compressione

$$\underbrace{\underbrace{m \cdot v}_{\text{PRIMA}} = \underbrace{(m+M)V_F}_{\text{DOPO URTO}}}_{\text{CONSERVAZIONE QUANTITÀ DI MOTO}} \qquad V_F = \frac{m}{(m+M)} \cdot v \; *$$

$$\Delta E_M^{molla} = \mathcal{L}_{n.c}$$ (Lavoro)

$$E_i^m = \frac{1}{2}(m+M)V_F^2 \qquad E_f^m = \frac{1}{2}K\Delta l^2 \qquad \mathcal{L}_{n.c} = -\mu_D(m+M)g\,\Delta l \text{ (LAVORO ATTRITO)}$$

Subito dopo l'urto prima della compressione

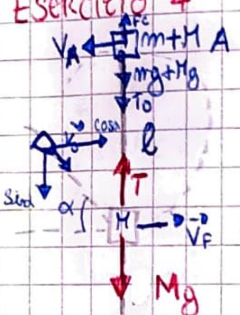
$$\frac{1}{2}K\Delta l^2 - \frac{1}{2}(m+M)V_F^{2\,*} = -\mu_D(m+M)g\,\Delta l \Rightarrow \frac{1}{2}K\Delta l^2 - \frac{1}{2}\frac{m^2}{m+M}\cdot v^2 = -\mu_D(m+M)g\,\Delta l$$ ricavo la velocità v

$$v = \frac{m+M}{m}\sqrt{2\mu_D g\,\Delta l - \frac{K\Delta l^2}{m+M}}$$

Esercizio 4

URTO COMPLETAMENTE ANELASTICO

fune inestensibile



PRIMA URTO | DOPO URTO

$$y \to m v_0^y \sin\alpha = 0$$
P_i | P_F

$$x \to m v_0 \cos\alpha = (m+M)V_F \Rightarrow V_F = \frac{m v_0 \cos\alpha}{m+M} \; *$$

Impulso: $\Delta p \Rightarrow I_x = \Delta p_x = 0$

$$I_y = \text{forza impulsiva tensione} = \underbrace{0}_{P_F} + \underbrace{m v_0 \sin\alpha}_{P_i} = I_{Tensione} = \int T\,dt \Rightarrow$$

Variazione di quantità di moto grande in un intervallo molto piccolo

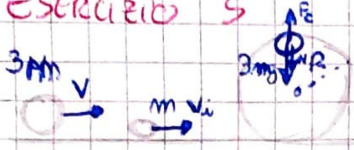
$$= I_T = T\Delta t$$
$\sim ms = 10^{-3}s$ *

$$E_M^f = E_M^i \Rightarrow \frac{1}{2}(\cancel{m+M})V_F^2 = \frac{1}{2}(\cancel{m+M})V_A^2 + 2lg(\cancel{M+m}) \Rightarrow V_F^2 = V_A^2 + 4lg \Rightarrow V_F^2 = 5gl \Rightarrow V_F = \sqrt{5gl}$$

$$\vec{P} + \vec{T} - \vec{F_c} = 0 \Rightarrow \vec{T} = \vec{F_c} - \vec{P} \to T \geq 0 \Rightarrow \vec{F_c} \geq \vec{P} \Rightarrow F_c = P \to (\cancel{m+M})\frac{V_A^2}{l} = (\cancel{m+M})g \Rightarrow V_A^2 = gl$$

$$V_0 = \frac{(m+M)\sqrt{5gl}}{m\cos\alpha} \; *$$ (velocità minima del proiettile per poter eseguire un giro completo)

ESERCIZIO 5



URTO ELASTICO

$3\cancel{m}V = 3\cancel{m}v_F + \cancel{m}v_i \Rightarrow 3V = 3v_F + v_i$

$\frac{1}{2}3\cancel{m}v^2 = \frac{1}{3}3\cancel{m}v_F^2 + \frac{1}{2}\cancel{m}v_i^2 \rightarrow 3v^2 = 3v_F^2 + v_i^2$ *

$v_i = 3V - 3v_F$ * $\rightarrow 3v^2 = 3v_F^2 + 9v^2 + 9v_F^2 - 18v_F \cdot V$

$= 12v_F^2 - 18v\,v_F + 6v^2 = 0 \Rightarrow v_{F1} = \frac{1}{2}v$

$\cancel{v_{F2} = V}$

$v_i = 3v - 3\frac{1}{2}V \Rightarrow \frac{3}{2}V$

* $v_{min} = \sqrt{5gR}$ → vedere esercizio 4
per poter eseguire il giro della morte la velocità minima deve essere uguale alla $\sqrt{5gR}$

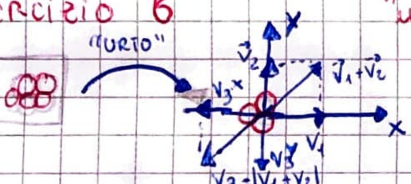
Se è verificato sulla V più piccola, lo sarà anche sulla vi più piccola

$V = 2\sqrt{5gR}$ (velocità della massa 3m prima dell'urto, per poter fare il giro della morte

$\frac{1}{2}v = v_{min} \Rightarrow v = 2\sqrt{5gR} \Rightarrow 19,81\ m/s$

ESERCIZIO 6

"urto al contrario"



Le quantità di moto si conservano

PRIMA DELL'URTO = DOPO URTO

0 = 0

$(V_1+V_2+V_3)m = 0 \Rightarrow V_3 = |V_1+V_2|$ (in modulo)

CONSERVAZIONE QUANTITÀ MOTO $x \rightarrow m_1\vec{V}_1 + m_3\vec{V}_3^x = 0 \rightarrow m_1V_1 - m_3V_3^x \rightarrow V_3^x = \frac{m_1}{m_3}V_1$

CONSERVAZIONE " " $y \rightarrow m_2\vec{V}_2 + m_3\vec{V}_3^y = 0 \rightarrow \underbrace{m_2V_2 - m_3V_3^y}_{\text{metto il } - \text{ per come è orientata } V_3} \rightarrow V_3^y = \frac{m_2}{m_3}\cdot V_2$

$V_3^x = 7,5\cdot 10^6\ m/s$

$V_3^y = 4,8\cdot 10^6\ m/s$

$|V_3| = \sqrt{(V_3^x)^2 + (V_3^y)^2} = 8,9\cdot 10^6\ m/s$

$E_{liberata} = E_k^f - \cancel{E_k^i} = \frac{1}{2}m_1V_1^2 + \frac{1}{2}m_2V_2^2 + \frac{1}{2}m_3V_3^2 = 7,28\cdot 10^{-13}\ J$

$E_{liberata}$ da 1 atomo $\cdot N_{Avogadro} \Rightarrow 438\cdot 10^9\ J$

n° atomi che sono presenti in $1\ m^3$ $(6,022\cdot 10^{23})$